Estratégia Concursos

Aula 00

Banco do Brasil - Matemática

Autor:
Equipe Exatas Estratégia Concursos

16 de Maio de 2026

Índice

1) Aviso 3
2) Apresentação do Curso 4
3) Introdução às Proposições 5
4) Proposições Simples 25
5) Proposições Compostas 34
6) Conversão de Linguagem. 73
7) Tabela-Verdade. 84
8) Tautologia, Contradição e Contingência 97
9) Questões Comentadas - Introdução às Proposições - Cesgranrio 116
10) Questões Comentadas - Proposições Compostas - Cesgranrio 117
11) Questões Comentadas - Conversão de Linguagem - Cesgranrio 125
12) Questões Comentadas - Tabela-Verdade - Cesgranrio 127
13) Questões Comentadas - Tautologia, Contradição e Contingência - Cesgranrio 134
14) Lista de Questões - Introdução às Proposições - Cesgranrio 147
15) Lista de Questões - Proposições Compostas - Cesgranrio 149
16) Lista de Questões - Conversão de Linguagem - Cesgranrio 152
17) Lista de Questões - Tabela-Verdade - Cesgranrio 154
18) Lista de Questões - Tautologia, Contradição e Contingência - Cesgranrio 157

AVISO IMPORTANTE!



Olá, Alunos (as)!

Passando para informá-los a respeito da **disposição das questões** dentro do nosso material didático. Informamos que a escolha das bancas, dentro dos nossos Livros Digitais, é feita de maneira estratégica e pedagógica pelos nossos professores a fim de proporcionar a melhor didática e o melhor direcionamento daquilo que mais se aproxima do formato de cobrança da banca do seu concurso.

Assim, o formato de questões divididas por tópico facilitará o seu processo de estudo, deixando mais alinhado às disposições constantes no edital.

No mais, continuaremos à disposição de todos no Fórum de dúvidas!

Atenciosamente,

Equipe Exatas

Estratégia Concursos

APRESENTAÇÃO DO CURSO

Olá, pessoal! Tudo bem?

É com grande satisfação que damos início ao nosso curso!

Os professores **Eduardo Mocellin, Francisco Rebouças** e **Vinicius Veleda** ficarão responsáveis pelo **Livro Digital**.

Antes de continuarmos, vamos apresentar os professores do material escrito:

> **Eduardo Mocellin**: Fala, pessoal! Meu nome é Eduardo Mocellin, sou professor de Matemática e de Raciocínio Lógico do Estratégia Concursos e engenheiro Mecânico-Aeronáutico pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). Sinto-me feliz em poder contribuir com a sua aprovação! Não deixe de me seguir no Instagram: **@edu.mocellin**
>
> **Francisco Rebouças**: Fala, alunos! Aqui é o Francisco Rebouças, professor de Matemática do Estratégia Concursos. Sou Engenheiro Aeroespacial formado pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). Saiba que será uma honra fazer parte da sua jornada rumo à aprovação e que estaremos sempre aqui para auxiliá-los com o que precisarem. Um grande abraço e nos vemos nas aulas!
>
> **Vinicius Veleda:** Olá, caros alunos! Sou Auditor Fiscal do Estado do Rio Grande do Sul. Professor de Matemática e Matemática Financeira do Estratégia Concursos. Aprovado nos Concursos de Auditor Fiscal da Secretaria da Fazenda dos Estados do Rio Grande do Sul (SEFAZ RS - 2019), Santa Catarina (SEFAZ SC - 2018) e Goiás (SEFAZ GO - 2018). Formado em Engenharia de Petróleo pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) com graduação sanduíche em Engenharia Geológica pela Universidade Politécnica de Madrid (UPM). Pela UFRJ, fui campeão sul americano do Petrobowl (Buenos Aires) e, posteriormente, Campeão Mundial (Dubai). Cursei meu ensino médio na Escola Preparatória de Cadetes do Exército (EsPCEx). Contem comigo nessa trajetória! **@viniciusveleda**

O material escrito em **PDF** está sendo construído para ser sua fonte **autossuficiente** de estudos. Isso significa que o livro digital será **completo** e **voltado para o seu edital**, justamente para que você não perca o seu precioso tempo "caçando por aí" o conteúdo que será cobrado na sua prova. Ademais, sempre que necessário, você poderá fazer perguntas sobre as aulas no **fórum de dúvidas**. **Bons estudos!**

APRESENTAÇÃO DA AULA

Fala, pessoal!

A aula de hoje é a **base** da lógica de proposições, sem a qual não podemos avançar no conteúdo.

Primeiramente abordaremos aspectos introdutórios: **introdução às proposições** e **proposições simples**. Tais assuntos não costumam ter uma incidência muito alta em provas de concurso público, porém eles constituem os fundamentos da matéria.

Em seguida, trataremos sobre as **proposições compostas.** Nesse tema, apresentaremos diversos exemplos que contextualizam os valores lógicos resultantes do uso dos conectivos. Por experiência como professor, gravar exemplos não é o melhor caminho. É muito mais importante que você **DECORE** os casos típicos de cada um dos cinco conectivos.

Vamos exibir, no **início de cada tópico**, um pequeno **resumo** para que você tenha uma visão geral do conteúdo antes mesmo de iniciar o assunto.

Vamos avançando com calma e constância. A aula apresenta uma teoria um pouco extensa, porém necessária para criarmos os alicerces da lógica de proposições.



Conte comigo nessa caminhada =)

Prof. Eduardo Mocellin.

@edu.mocellin

INTRODUÇÃO ÀS PROPOSIÇÕES

Introdução às proposições

Proposição lógica

Proposição lógica: é uma oração declarativa à qual pode ser atribuída um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos: verdadeiro ou falso.

1.Oração: **sentido completo**, presença de **verbo**.

2.Sentença declarativa (afirmativa ou negativa): **não são** proposições as sentenças **exclamativas**, **interrogativas**, **imperativas** e **optativas**.

- "Que noite agradável!" - **Sentença exclamativa**
- "Qual é a sua idade?" - **Sentença interrogativa**
- "Chute a bola." - **Sentença imperativa** (indica ordem, sugestão, pedido ou conselho)
- "Que Deus o conserve." - **Sentença optativa** (exprime um desejo)

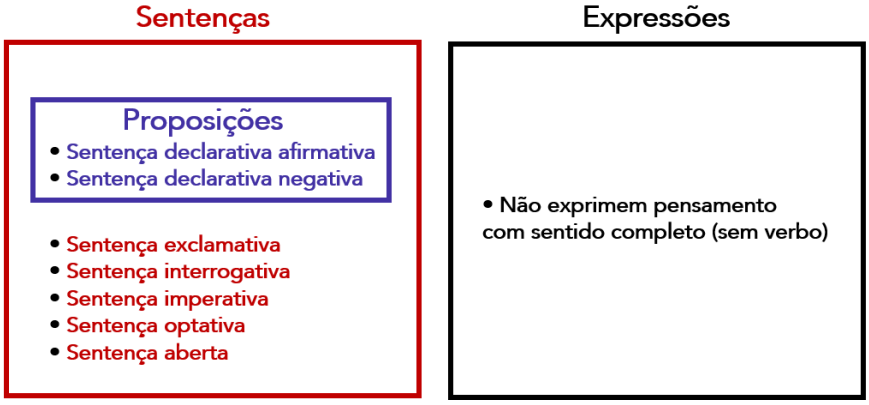
3.Admite um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos: não são proposições as **sentenças abertas**, nem os **paradoxos**, nem as frases com **alta carga de subjetividade**.

- " $x + 9 = 10$" - **Sentença aberta**
- "**Ele** correu 100 metros em 9,58 segundos no ano de 2009." - **Sentença aberta**
- "Esta frase é uma mentira." - **Paradoxo**
- "Maria é formosíssima." - **Alta carga de subjetividade**

Quantificadores: "**todo**", "**para todo**", "**para qualquer**", "**qualquer que seja**", "**nenhum**", "**existe**", "**algum**", "**pelo menos um**", "**existe um único**" **e suas variantes** transformam sentenças abertas em proposições.

Distinção entre proposição, sentença e expressão

Sentença: é a exteriorização de um pensamento com **sentido completo**.
Expressões: não exprimem um pensamento com sentido completo. Diferentemente das sentenças, as **expressões não apresentam verbo**.



As bancas costumam utilizar a palavra **expressão** como **sinônimo de sentença**.

A lógica bivalente e as leis do pensamento

Lógica Bivalente = **Lógica Proposicional**, **Lógica Clássica**, **Lógica Aristotélica**. Obedece **a três princípios**, conhecidos por **Leis do Pensamento**:

1. Identidade: Uma proposição verdadeira é sempre verdadeira, e uma proposição falsa é sempre falsa.

2. Não Contradição: Uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.

3. Terceiro Excluído: Uma proposição **ou é verdadeira ou é falsa**. Não existe um terceiro valor "talvez".

Proposição lógica

Uma **proposição lógica** é uma **oração declarativa** à qual pode ser atribuída **um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos**: verdadeiro ou falso. Exemplo:

"Porto Alegre é a capital do Rio Grande do Sul."

Perceba que a frase acima **é uma oração** em que **se declara algo** sobre a cidade de Porto Alegre. Além disso, essa frase **admite um valor lógico**. Não bastasse isso, essa oração **admite somente um valor lógico**: **ou é verdadeiro que** Porto Alegre é realmente a capital do Rio Grande do Sul, **ou é falso que** essa cidade é a capital desse estado. Vejamos outros exemplos de proposição:

"A raiz quadrada de 16 é 8."

"Usain Bolt correu 100 metros em 9,58 segundos no ano de 2009."

Cumpre destacar que **podemos ter proposições que são expressões matemáticas**. Exemplos:

"5 + 5 = 9."
(Lê-se: "Cinco mais cinco é igual a nove.")

"12 > 5."
(Lê-se: "Doze é maior do que cinco.")

É muito importante que você entenda o conceito de proposição lógica apresentado, pois é possível resolver diversas questões introdutórias somente conhecendo essa definição.

(PETROBRAS/2022) Julgue o item seguinte como CERTO ou ERRADO.

A seguinte afirmação é uma proposição: A quantidade de formigas no planeta Terra é maior que a quantidade de grãos de areia.

Comentários:

Uma proposição lógica é uma **oração declarativa** à qual pode ser atribuída **um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos**: verdadeiro ou falso.

Note que a afirmação do enunciado se enquadra nessa definição:

- Temos uma **oração**, que pode ser identificada com a presença do verbo "ser";
- A oração em questão é **declarativa**. No caso em questão, declara-se algo sobre a quantidade de formigas no planeta Terra;
- Pode-se atribuir **um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos** à oração declarativa em questão: **ou é verdadeiro que** "a quantidade de formigas no planeta Terra é maior que a quantidade de grãos de areia", **ou é falso que** "a quantidade de formigas no planeta Terra é maior que a quantidade de grãos de areia".

Gabarito: CERTO.

Nesse momento, vamos nos aprofundar no conceito de proposição.

Uma proposição deve ser uma oração

Uma proposição lógica deve ser uma oração. Isso significa que ela necessariamente deve apresentar um **sentido completo**, identificado pela **presença de um verbo**. As **seguintes expressões não são proposições** por não apresentarem verbo:

"Um excelente curso de raciocínio lógico."

"Vinte e duas horas."

"Teclado."

(CRF-GO/2022) Julgue o item.

A frase “Dois mil mais vinte mais dois” não é uma proposição.

Comentários:

A frase “**Dois mil mais vinte mais dois**” **não é uma proposição** por **não apresentar sentido completo**. Em outras palavras, a frase em questão **não é uma proposição por não ser uma oração**, uma vez que **não há verbo**.

Gabarito: CERTO.

Uma proposição deve ser declarativa

Uma proposição lógica é uma sentença declarativa, podendo ser uma **sentença declarativa afirmativa** ou uma **sentença declarativa negativa**. São proposições:

- "Taubaté é a capital de São Paulo." - **Sentença declarativa afirmativa**
- "João **não** é nordestino." - **Sentença declarativa negativa**

As seguintes sentenças **não são proposições** por não serem declarativas:

- "Que noite agradável!" - **Sentença exclamativa**
- "Qual é a sua idade?" - **Sentença interrogativa**
- "Chute a bola." - **Sentença imperativa** (indica ordem, sugestão, pedido ou conselho)
- "Que Deus o conserve." - **Sentença optativa** (exprime um desejo)



Não basta que a sentença apresente um verbo para que ela seja considerada uma proposição. Veja que a sentença imperativa "**Chute a bola**" apresenta verbo (**chutar**) e, mesmo assim, não é uma proposição por não ser declarativa.

(CRO-SC/2023) Com relação a equações e inequações e estruturas lógicas, julgue o item.

"Pelé é o maior jogador de futebol de todos os tempos!" é uma proposição.

Comentários:

A frase acima é uma **sentença exclamativa** (apresenta ponto de exclamação). Não se trata, portanto, de uma proposição.

Gabarito: ERRADO.

(CREF 3/2023) A frase "Eu quebrei o vaso!" é uma proposição exclamativa.

Comentários:

Veja que a questão tenta enganar o concurseiro dizendo que a frase é uma "**proposição exclamativa**". Esse conceito de "proposição exclamativa" não existe, pois uma proposição não pode ser exclamativa.

Em síntese, a frase acima é uma **sentença exclamativa** (apresenta ponto de exclamação). Não se trata, portanto, de uma proposição.

Gabarito: ERRADO.

(PETROBRAS/2022) Acerca de lógica matemática, julgue o item a seguir.

A frase "Saia daqui!" é uma proposição simples.

Comentários:

A frase acima é uma **sentença imperativa** (indica uma ordem, sugestão, pedido ou conselho), bem como é uma **sentença exclamativa** (apresenta ponto de exclamação). Não se trata, portanto, de uma proposição.

Gabarito: ERRADO.

(BNB/2018) A sentença "É justo que toda a população do país seja penalizada pelos erros de seus dirigentes?" é uma proposição lógica composta.

Comentários:

Veremos ainda nessa aula o conceito de **proposição composta**.

Note, porém, que podemos resolver a questão mesmo sem conhecer esse conceito. Isso porque a sentença apresentada **não é uma proposição lógica**, pois trata-se de uma **sentença interrogativa**.

Gabarito: ERRADO.

Uma proposição deve admitir um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos

Antes de desenvolver essa última característica das proposições, devemos entender o que é um **valor lógico**.

Valor lógico é o resultado do juízo que se faz sobre uma proposição. Na lógica que é tratada nesse curso, a Lógica Formal, o valor lógico pode ser **ou verdadeiro ou falso**, **mas não ambos**.

Observe a seguinte proposição:

"Porto Alegre é a capital do Rio Grande do Sul."

Sabemos que ela **ou** é **verdadeira** **ou** é **falsa**, não sendo possível Porto Alegre ser e não ser, ao mesmo tempo, a capital do Rio Grande do Sul.

Nesse momento, é importante que você entenda o seguinte: para verificar se determinada frase é uma proposição, **não precisamos saber**, **no mundo dos fatos**, **se a frase é verdadeira ou se é falsa**

Se você é bom em Geografia, provavelmente você sabe que, **quando contrastada com o mundo em que vivemos**, a proposição "**Porto Alegre é a capital do Rio Grande do Sul**" é verdadeira.

Apesar disso, para identificarmos se a frase em questão é uma proposição, você não precisa ser bom em Geografia. **Não se faz necessário saber se essa frase é de fato verdadeira ou não**, pois **nos interessa saber somente se a frase tem a capacidade de admitir um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos** (**verdadeiro** ou **falso**).



> Para verificar se determinada frase é uma proposição, **não precisamos saber**, **no mundo dos fatos**, **se a frase é verdadeira ou se é falsa**. No caso em que acabamos de mostrar, não precisamos saber se Porto Alegre é ou não de fato a capital do Rio Grande no Sul.
>
> Para que a frase seja considerada uma proposição, **um dos requisitos é que ela tenha a capacidade de admitir um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos** (**verdadeiro** ou **falso**).

Observe outro exemplo de proposição lógica:

"Taubaté é a capital do Ceará."

Professor! Isso é mesmo uma proposição? A capital do Ceará é Fortaleza!

Calma, caro aluno. Realmente, quando a frase é contrastada com o mundo dos fatos, identificamos que a capital do Ceará é Fortaleza. Apesar disso, **esse conhecimento é totalmente dispensável para que reconheçamos o fato de que aquela frase é uma proposição lógica**. Isso porque a frase se encaixa perfeitamente na definição de proposição:

- Temos uma **oração**, que pode ser identificada com a presença do verbo "ser";
- A oração em questão é **declarativa**. No caso em questão, declara-se algo sobre Taubaté;

- Pode-se atribuir **um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos** à oração declarativa em questão: **ou é verdadeiro que** "Taubaté é a capital do Ceará", **ou é falso que** "Taubaté é a capital do Ceará".

Para que não reste dúvidas, veja a seguinte frase:

"Na Via Láctea existem mais de 1 trilhão de estrelas."

E aí, astrônomo? Sabe dizer se essa frase é verdadeira ou se é falsa? Mesmo que não saibamos se a frase é verdadeira ou falsa, não resta dúvida de que a frase é uma proposição, pois:

- Temos uma **oração**, que pode ser identificada com a presença do verbo "existir";
- A oração em questão é **declarativa**. No caso em questão, declara-se algo sobre a Via Láctea;
- Pode-se atribuir **um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos** à oração declarativa em questão: **ou é verdadeiro que** "na Via Láctea existem mais de 1 trilhão de estrelas ", **ou é falso que** "na Via Láctea existem mais de 1 trilhão de estrelas".



Existem algumas questões, relacionadas a conteúdos que ainda serão estudados, **em que se faz necessário contrastar a proposição com a realidade dos fatos** para que possamos determinar se ela é verdadeira ou se ela é falsa. Em regra, essas questões apresentam **proposições que envolvem conceitos matemáticos**. Por exemplo:

$$"5 + 2 = 8"$$
(Lê-se: "Cinco mais dois é igual a oito.")

$$"5 > 2"$$
(Lê-se: "Cinco é maior do que dois.")

Nesses casos, as questões costumam requerer que você saiba que a primeira proposição é falsa e que a segunda proposição é verdadeira.

Agora que sabemos o que é um valor lógico e como esse conceito é usado para definirmos o que é uma proposição, veremos algumas situações de frases que não são proposições.

Sentenças abertas não são proposições

Sentenças abertas são aquelas sentenças em que **não se pode determinar a que ela se refere**. Como consequência disso, não se pode dizer que elas admitem um único valor lógico V ou F.

Em resumo, **sentenças abertas não são proposições** porque o **valor lógico** que **poderia** ser atribuído à sentença **depende da determinação de uma variável**. Exemplo:

$$"x + 9 = 10"$$

Professor! Nessa sentença eu sei que x é igual a 1!

Calma, caro aluno. **Você não sabe o valor de x**.

O que você acabou de fazer é resolver a equação matematicamente para que ela seja verdadeira. Em outras palavras, você acaba de "forçar" para que a equação seja verdadeira e, como consequência disso, você concluiu que x deve ser igual a 1.

Note, porém, que queremos verificar se a sentença em si é verdadeira ou falsa, sem que ela seja resolvida. Nesse caso, não conseguimos determinar o valor lógico de "$x + 9 = 10$", pois **não sabemos de antemão o valor de x**.

Para classificar a equação do exemplo como verdadeira ou falsa, precisaríamos determinar a variável x. Veja que, **para x igual a 3**, por exemplo, **a sentença seria falsa**, pois $3 + 9$ não é igual a 10. Por outro lado, **para x igual a 1, a sentença seria verdadeira**, pois $1 + 9$ é igual a 10.

Vejamos como isso pode aparecer em prova.

(CRO-SC/2023) Com relação a equações e inequações e estruturas lógicas, julgue o item.

A inequação $61x^2 - 61x > 0$ é uma proposição.

Comentários:

A inequação em questão não é uma proposição, pois trata-se de uma sentença aberta. O **valor lógico** que **poderia** ser atribuído à sentença **depende da determinação da variável**.

Gabarito: ERRADO.

A questão a seguir apresenta uma aplicação muito interessante do que aprendemos até agora.

(ISS GRU/2019) Dentre as sentenças a seguir, aquela que é uma sentença aberta é

a) $3 \cdot x + 4 - x - 3 - 2 \cdot x = 0$

b) $7 + 3 = 11$

c) $0 \cdot x = 5$

d) $13 \cdot x = 7$

e) $43 - 1 = 42$

Comentários:

Sentenças abertas são aquelas em que o **valor lógico** que **poderia** ser atribuído à sentença **depende da determinação de uma variável**. Vamos analisar cada uma das alternativas.

Alternativa A

Observe o desenvolvimento da sentença original:

$$3x + 4 - x - 3 - 2x = 0$$
$$(3x - x - 2x) + 4 - 3 = 0$$
$$0x + 1 = 0$$
$$1 = 0$$

Veja que o valor lógico sentença "$3 \cdot x + 4 - x - 3 - 2 \cdot x = 0$" **independe de uma variável**, pois a sentença corresponde a "$1 = 0$" (lê-se: zero é igual a um). Portanto, **a sentença em questão é uma proposição**. Além disso, caso queiramos contrastar a proposição com a realidade dos fatos, sabemos que essa proposição é falsa.

Alternativa B

"$7 + 3 = 11$" é uma **proposição falsa**. Seu valor lógico **não depende da determinação de uma variável**.

Alternativa C

Vamos desenvolver a equação.

$$0 \cdot x = 5$$
$$0 = 5$$

Veja que o valor lógico sentença original **independe de uma variável**, pois corresponde a "$0 = 5$", que é uma **proposição falsa**.

- **Alternativa D**

"$13 \cdot x = 7$" corresponde a uma **sentença aberta**. Caso atribuíssemos a x o valor $\frac{7}{13}$, a sentença seria verdadeira e, caso atribuíssemos qualquer outro valor, ela seria falsa. Logo, o **gabarito** é a **alternativa D**.

Alternativa E

"$43 - 1 = 42$" é uma **proposição verdadeira**. Seu valor lógico **não depende da determinação de uma variável**.

Gabarito: Letra D.

É importante que você entenda que **sentenças abertas não precisam ser expressões matemáticas.** Exemplo:

"**Ele** correu 100 metros em 9,58 segundos no ano de 2009."

Perceba que, na frase em questão, **o pronome "ele" funciona como uma variável**. **Para que atribuíssemos o valor verdadeiro ou falso para a sentença, precisaríamos determinar essa variável**. No exemplo, se "ele" fosse o ex-velocista Usain Bolt, a sentença seria verdadeira. De modo diverso, se o pronome se referisse ao professor Eduardo Mocellin, a sentença seria falsa.

(Pref. Irauçuba/2022) Considere as seguintes sentenças:

I. Ela foi a melhor aluna da turma em 2022.

II. Mario foi o diretor do Colégio Liceu em 2020.

III. $\frac{x+y}{2}$ é um número par.

É verdade que:

a) Todas as sentenças são abertas.

b) Apenas a sentença III é aberta.

c) Apenas as sentenças I e III são abertas.

d) Apenas a sentença I é aberta.

Comentários:

Vamos verificar as três sentenças individualmente.

I- Ela foi a melhor aluna da turma em 2022.

Note que **o pronome "ela" funciona como uma variável**. Para que atribuíssemos o valor verdadeiro ou falso para a sentença, precisaríamos determinar essa variável. Logo, trata-se de uma **sentença aberta**.

II- Mario foi o diretor do Colégio Liceu em 2020.

Sabemos que uma proposição lógica é uma **oração declarativa** à qual pode ser atribuída **um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos**: verdadeiro ou falso. Trata-se do caso dessa sentença e, portanto, essa sentença é uma **proposição**.

III- $\frac{x+y}{2}$ é um número par.

Note que x **e** y **são variáveis**. Para que atribuíssemos o valor verdadeiro ou falso para a sentença, precisaríamos determinar essas variáveis. Logo, trata-se de uma **sentença aberta**.

Portanto, é correto afirmar que **apenas as sentenças I e III são abertas**.

Gabarito: Letra C.

(INSS/2022) P: "Se me mandou mensagem, meu filho lembrou-se de mim e quer ser lembrado por mim".

Considerando a proposição P apresentada, julgue o item seguinte.

Na proposição P, permitindo-se variar, em certo conjunto de pessoas, o sujeito e o objeto de cada verbo de suas proposições simples constituintes, tem-se uma sentença aberta, que também pode ser expressa por **quem mandou mensagem, lembrou-se e quer ser lembrado**.

Comentários:

Questão de alto nível, pessoal!

Note que P é uma proposição. Veremos futuramente que esse tipo de proposição pode ser classificado como **proposição composta**, pois essa proposição é formada por mais de uma proposição simples.

Em resumo, a questão pretende tornar indeterminadas as pessoas presentes na proposição P, e a questão sintetiza essa indeterminação na frase "**quem mandou mensagem, lembrou-se e quer ser lembrado**".

Considerando essa frase, percebe-se que temos uma sentença em que **não se pode determinar a quem ela se refere**. Temos, portanto, uma **sentença aberta**.

Gabarito: CERTO.

FIQUE ATENTO!



Existem situações em que as bancas são bastante sutis quando querem indicar que uma frase é uma sentença aberta. Veja o exercício a seguir.

(TJ CE/2008) A frase "No ano de 2007, o índice de criminalidade da cidade caiu pela metade em relação ao ano de 2006" é uma sentença aberta.

Comentários:

Perceba que **não sabemos a qual cidade a frase do enunciado se refere**. Se atribuíssemos à "variável cidade" uma cidade específica, por exemplo, Porto Alegre, poderíamos averiguar se o índice realmente caiu pela metade ou não. Nesse caso, seria possível afirmar se a sentença é verdadeira ou se ela é falsa. Trata-se, portanto, de uma **sentença aberta**.

Gabarito: CERTO.

FIQUE ATENTO!



Nesse ponto da matéria, preciso que você crie um certo "jogo de cintura". **É comum que as bancas não sejam extremamente rigorosas nesses casos em que se utiliza pronomes para indicar sentenças abertas**. Na questão a seguir, perceba que **a frase** "**Você estudou diariamente para essa prova**" **foi tratada como uma proposição simples**, apesar de ser possível alegar que se desconhece a quem o pronome "você" se refere.

(GOINFRA/2022) Proposição é toda oração declarativa que pode ser classificada como verdadeira ou falsa, ou seja, é todo encadeamento de termos, palavras ou símbolos que expressam um pensamento de sentido completo. Assim, qual das alternativas a seguir representa uma proposição?

a) Como está se saindo neste concurso?

b) Fique tranquilo, mas não esqueça de responder nenhuma pergunta.

c) A prova do concurso.

d) Você estudou diariamente para essa prova.

e) Não fique nervoso!

Comentários:

Vamos comentar cada alternativa.

a) Como está se saindo neste concurso? ERRADO.

Trata-se de uma **sentença interrogativa**. Logo, a frase em questão não é uma proposição.

b) Fique tranquilo, mas não esqueça de responder nenhuma pergunta. ERRADO.

Trata-se de uma **sentença imperativa**, pois "fique tranquilo" indica uma ordem ou um pedido. Logo, a frase em questão não é uma proposição.

c) A prova do concurso. ERRADO.

A frase "**A prova do concurso**" **não é uma proposição** por **não apresentar sentido completo**. Em outras palavras, a frase em questão **não é uma proposição por não ser uma oração**, uma vez que **não há verbo**.

d) Você estudou diariamente para essa prova. CERTO.

Nessa questão, devemos considerar que a frase "**Você estudou diariamente para essa prova**" é uma proposição simples, apesar de ser possível alegar que se desconhece a quem o pronome "**você**" se refere. Relevando-se esse possível questionamento, observe que a frase em questão é uma proposição lógica, pois é uma **oração declarativa** à qual pode ser atribuída **um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos**: verdadeiro ou falso.

e) Não fique nervoso! ERRADO.

A frase acima é uma **sentença imperativa** (indica ordem, sugestão, pedido ou conselho), bem como é uma **sentença exclamativa** (apresenta ponto de exclamação). Não se trata, portanto, de uma proposição.

Gabarito: Letra D.

Quantificadores transformam uma sentença aberta em uma proposição

Pode-se **transformar uma sentença aberta em uma proposição** por meio do uso de elementos denominados **quantificadores.**

Estudaremos quantificadores em momento oportuno. Nesse momento, só precisamos saber que elementos como **"todo"**, **"para todo", "para qualquer"**, **"qualquer que seja", "nenhum"**, **"existe", "algum"**, **"pelo menos um", "existe um único" e suas variantes** transformam sentenças abertas em proposições.

Considere novamente a seguinte sentença aberta:

"**Ele** correu 100 metros em 9,58 segundos no ano de 2009."

Caso a variável "**ele**" fosse substituída pelo quantificador "**alguém**" (**variante de** "**algum**"), teríamos:

"**Alguém** correu 100 metros em 9,58 segundos em 2009."

Observe que **a frase acima tem a capacidade de admitir um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos**. Em outras palavras, a frase acima é passível de valoração V ou F. Note que **ou é verdadeiro que** "alguém correu 100 metros em 9,58 segundos em 2009", **ou então é falso que** "alguém correu 100 metros em 9,58 segundos em 2009".

Por curiosidade, caso queiramos contrastar a proposição com a realidade, podemos atribuir a ela o valor lógico **verdadeiro**, pois, no mundo dos fatos, alguém realmente correu 100 metros em 9,58 segundos em 2009: o velocista Usain Bolt.

(Pref Irauçuba/2022) Das frases abaixo, assinale qual representa uma proposição:

a) Escreva uma redação dissertativa.

b) Existem tubarões em Pernambuco.

c) O jogo de ontem terminou empatado?

d) Que desenho lindo!

Comentários:

Vamos avaliar cada alternativa.

a) Escreva uma redação dissertativa.

A frase acima é uma **sentença imperativa** (indica uma ordem, sugestão, pedido ou conselho). Não se trata, portanto, de uma proposição.

b) Existem tubarões em Pernambuco.

Observe que a sentença apresentada é uma proposição lógica:

• Temos uma **oração**, que pode ser identificada com a presença do verbo "existir";

• A oração em questão é **declarativa**. No caso em questão, declara-se algo sobre a existência de tubarões em Pernambuco;

• Pode-se atribuir **um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos** à oração declarativa em questão: **ou é verdadeiro que** "existem tubarões em Pernambuco", **ou é falso que** "existem tubarões em Pernambuco".

Cumpre destacar que essa frase **não se trata de uma sentença aberta**. Trata-se de uma **proposição com o quantificador** "**existe**".

c) O jogo de ontem terminou empatado?

A frase acima é uma **sentença interrogativa**. Não se trata, portanto, de uma proposição.

d) Que desenho lindo!

A frase acima é uma **sentença exclamativa**. Não se trata, portanto, de uma proposição.

Gabarito: Letra B.

(SEBRAE/2008) A proposição "Ninguém ensina ninguém" é um exemplo de sentença aberta.

Comentários:

Observe que o elemento "**ninguém**" **é um quantificador**, sendo uma variante do quantificador "**nenhum**". A frase não é uma sentença aberta, **pois não apresenta uma variável**. Trata-se de uma proposição.

Gabarito: ERRADO.

É possível utilizar símbolos para transformar sentenças abertas em proposições:

a) ∀: "todo", “para todo"; "para qualquer"; "qualquer que seja".
b) ∃: "existe"; "algum"; "pelo menos um".
c) ∄: “nenhum"; "não existe".
d) ∃!: "existe um único".

O exemplo abaixo é uma proposição que deve ser lida como "existe um x pertencente ao conjunto dos números naturais tal que $x + 9 = 10$". O valor lógico é verdadeiro, pois para $x = 1$ a igualdade se confirma.

$$\text{“}\exists\, x \in \mathbb{N} \mid x + 9 = 10\text{"}$$ - **Verdadeiro**

O próximo exemplo também é uma proposição e deve ser lida como "para todo x pertencente ao conjunto dos números naturais, $x + 9 = 10$".

$$\text{“}\forall\, x \in \mathbb{N} \mid x + 9 = 10\text{"}$$ - **Falso**

Paradoxos não são proposições

Frases paradoxais não podem ser proposições justamente porque **não pode ser atribuído um único valor lógico a esse tipo de frase**. Exemplo:

"Esta frase é uma mentira."

Perceba que **se a frase acima for julgada como verdadeira**, então, seguindo o que a frase explica, é verdadeiro que **a frase é falsa**. Nesse caso, chega-se ao absurdo de que a frase é verdadeira e falsa ao mesmo tempo.

Por outro lado, **se a frase acima for julgada como falsa**, então, segundo o que a frase explica, é falso que a frase é falsa e, consequentemente, **a frase é verdadeira**. Novamente, chega-se ao absurdo de que a frase é verdadeira e falsa ao mesmo tempo.

(TRF1/2017) "A maior prova de honestidade que realmente posso dar neste momento é dizer que continuarei sendo o cidadão desonesto que sempre fui."

A partir da frase apresentada, conclui-se que, não sendo possível provar que o que é enunciado é falso, então o enunciador é, de fato, honesto.

Comentários:

Primeiramente, devemos pressupor nessa questão que uma **pessoa honesta sempre diz a verdade**, e uma **pessoa desonesta sempre mente**. Seria melhor se a banca tivesse informado isso.

Perceba que sentença apresentada é um **paradoxo**. Se você considerar que a pessoa é honesta, ou seja, que diz a verdade, então a frase que ela disse é verdadeira. Ocorre que, sendo a frase verdadeira, chega-se à conclusão que a pessoa é desonesta, ou seja, que ela mentiu. Isso significa que a frase é falsa.

Chega-se então ao absurdo de que a frase é verdadeira e falsa ao mesmo tempo. Trata-se, portanto, de um paradoxo. **Não se pode dizer que o enunciador é honesto**, ou seja, **não se pode dizer que a sentença é verdadeira**, **pois não se trata de uma proposição**.

Gabarito: ERRADO.

Frases que exprimem opinião não são proposições

Em algumas questões de concurso público, podem ser apresentadas algumas frases que apresentam **alta carga de subjetividade**, que mais se aproximam de uma **mera opinião**. Esse tipo de frase não admite um único valor lógico (V ou F) e, portanto, **não se trata de uma proposição**. Por exemplo:

"Maria é formosíssima."

Em um primeiro momento, essa frase pode parecer que é uma proposição. Ocorre, porém, que ela carrega uma alta carga de subjetividade. **Como seria possível afirmar categoricamente que Maria é formosíssima**?

Veja que não é possível atribuir um valor lógico V ou F para essa frase, pois ela **emite uma opinião**, **que não pode ser valorada de modo objetivo**. Logo, **não se trata de uma proposição**. Vejamos outros exemplos de frases que não são proposições por conta da sua alta carga de subjetividade:

"Josefa é mais bonita do que Maria."

"O amor é maior do que a dor."

(BRDE/2023) Entre as alternativas abaixo, qual NÃO pode ser considerada uma proposição lógica?

a) Ana é balconista.

b) Paulo tem 5 gatos.

c) Porto Alegre é no Rio Grande do Sul.

d) 1 > 9

e) João é incrível.

Comentários:

Sabemos que uma proposição lógica é uma **oração declarativa** à qual pode ser atribuída **um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos**: verdadeiro ou falso. As frases apresentadas nas alternativas de A até D se encaixam nessa definição, inclusive a expressão matemática "**1 > 9**", que pode ser lida como "**um é maior do que nove**".

Na letra E, temos a frase "**João é incrível**". Em um primeiro momento, a frase apresentada nessa alternativa pode parecer que é uma proposição. Ocorre, porém, que essa frase carrega uma **alta carga de subjetividade**. **Como seria possível afirmar categoricamente que João é incrível?**

Veja que **não é possível atribuir um valor lógico V ou F** para essa frase, pois ela **emite uma opinião**, **que não pode ser valorada de modo objetivo**. Logo, **não se trata de uma proposição**.

Gabarito: Letra E.

(CAU TO/2023) A respeito de estruturas lógicas, julgue o item.

A frase “A Terra é um geoide?” é opinativa e, portanto, não pode ser considerada uma proposição.

Comentários:

Cuidado! **De fato, a frase em questão não é uma proposição**. Ocorre que ela não é uma proposição por ser uma **sentença interrogativa**. **Não se trata de uma frase opinativa**.

Gabarito: ERRADO.



Novamente, preciso que você crie um "jogo de cintura" com as questões. **É bem comum que frases subjetivas sejam consideradas proposições**. Na questão a seguir, perceba que a frase "**Ainda é cedo**" **foi tratada como uma proposição simples**, apesar de ser possível alegar que a característica "cedo" é subjetiva.

(CBM BA/2020) O conceito mais fundamental de lógica é a proposição. Dentre as afirmações abaixo, assinale a alternativa correta que apresenta uma proposição.

a) Façam silêncio.

b) Que cansaço!

c) Onde está meu chaveiro?

d) Um belo exemplo de vida.

e) Ainda é cedo.

Comentários:

a) Façam silêncio. ERRADO.

A frase acima é uma **sentença imperativa** (indica uma ordem, sugestão, pedido ou conselho). Não se trata, portanto, de uma proposição.

b) Que cansaço! ERRADO.

Trata-se de uma **sentença exclamativa**. Logo, a frase em questão não é uma proposição.

c) Onde está meu chaveiro? ERRADO.

Trata-se de uma **sentença interrogativa**. Logo, a frase em questão não é uma proposição.

d) Um belo exemplo de vida. ERRADO.

A frase "**Um belo exemplo de vida**" **não é uma proposição** por **não apresentar sentido completo**. Em outras palavras, a frase em questão **não é uma proposição por não ser uma oração**, uma vez que **não há verbo**.

e) Ainda é cedo. CERTO.

Nessa questão, devemos considerar que a frase "**Ainda é cedo**" é uma proposição simples, apesar de ser possível alegar que a característica "cedo" é subjetiva. Relevando-se esse possível questionamento, observe que a frase em questão é uma proposição lógica, pois é uma **oração declarativa** à qual pode ser atribuída **um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos**: verdadeiro ou falso.

Gabarito: Letra E.

Distinção entre proposição, sentença e expressão

Agora que já vimos a definição de proposição, vamos entender as definições de **sentença** e de **expressão.**

Sentença é a exteriorização de um pensamento com sentido completo. Conforme já estudamos, uma sentença pode ser:

a) **Declarativa afirmativa**;
b) **Declarativa negativa**;
c) **Exclamativa**;
d) **Interrogativa**;
e) **Imperativa** (indica ordem, sugestão, pedido ou conselho);
f) **Optativa** (exprime um desejo);
g) **Sentença aberta**.

Note que as **sentenças declarativas são proposições**, **e as demais sentenças não são**.

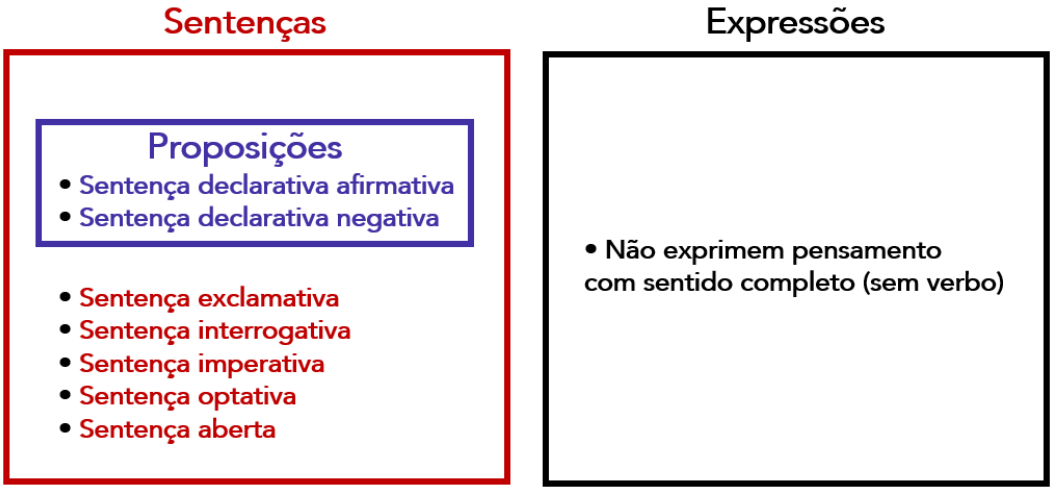
Já as **expressões** são aquelas frases que não exprimem um pensamento com sentido completo. Diferentemente das sentenças, as **expressões não apresentam verbo**. Exemplos:

"Um décimo de segundo."

"A casa de Pedro."

A figura a seguir mostra que:

- Dentro do conceito de **sentença** temos as **proposições**, as **sentenças exclamativas**, as **sentenças interrogativas**, as **sentenças imperativas**, as **sentenças optativas** e as **sentenças abertas**;
- Dentro do conceito de **proposições**, que também são sentenças, temos as **sentenças declarativas afirmativas** e as **sentenças declarativas negativas**; e
- Dentro do conceito de **expressões** temos frases que não apresentam sentido completo. Veja que não existem expressões que sejam sentenças, bem como não existem expressões que sejam proposições.





Note que **proposição** é um caso particular de **sentença** e que, por exclusão, não há proposições lógicas em expressões.

Na maioria dos casos as bancas costumam utilizar a palavra **expressão como sinônimo de sentença**. É necessário avaliar o contexto do enunciado para estabelecer a necessidade de distinção entre esses três conceitos. **Ao longo do curso, expressão e sentença serão tratadas como sinônimos de proposição.**

(CM Cabo de Sto. Agostinho/2019) Em questões de raciocínio lógico, é comum termos expressões e frases nas quais não conseguimos identificar um sujeito e nem um predicado. Por exemplo, “Quarenta e nove décimos” é uma expressão. Nesse sentido, assinale a alternativa que NÃO apresenta uma expressão.

a) O dobro de um número.

b) Vinte e cinco metros e 30 centímetros.

c) A altura de Pedro é igual a 1,80m.

d) Uma dúzia e meia.

Comentários:

As frases das **alternativas A, B e D** não exprimem um pensamento com sentido completo, pois não apresentam verbo. Logo, temos **expressões** nessas alternativas.

Por outro lado, na frase "**A altura de Pedro é igual a 1,80m**", **temos um pensamento com sentido completo**, evidenciado pela **existência do verbo** "**ser**". **Logo**, **nesse caso**, **não temos uma expressão**. Trata-se, na verdade, de uma **proposição**.

Gabarito: Letra C.

A lógica bivalente e as leis do pensamento

A lógica que vamos tratar ao longo do curso é a **Lógica Proposicional**, também conhecida por **Lógica Clássica**, **Lógica Aristotélica** ou **Lógica Bivalente**. Essa última forma de se chamar a lógica objeto do nosso estudo relaciona-se ao fato de que toda a proposição pode ser julgada com apenas um único valor lógico: verdadeiro ou falso.

Essa lógica obedece a três princípios, conhecidos também por **Leis do Pensamento**:

a) **Princípio da Identidade**: Uma proposição verdadeira é sempre verdadeira, e uma proposição falsa é sempre falsa.
b) **Princípio da Não Contradição**: Uma proposição **não pode** ser **verdadeira e falsa ao mesmo tempo**.
c) **Princípio do Terceiro Excluído**: Uma proposição **ou é verdadeira ou é falsa**. Não existe um terceiro valor "talvez".

(Pref SJ Basílios/2023) Assinale a assertiva representada pelo princípio que afirma que uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.

a) Princípio do terceiro excluído.

b) Princípio da identidade.

c) Princípio da não contradição.

d) Princípio da ambiguidade.

e) Princípio da contagem.

Comentários:

Segundo o **princípio da não contradição**, uma proposição **não pode** ser **verdadeira e falsa ao mesmo tempo**.

Gabarito: Letra C.

(Pref Palmeirante/2023) Assinale a assertiva que apresenta corretamente o princípio da lógica que afirma que uma proposição só pode ser verdadeira ou falsa, não se admitindo outra possibilidade.

a) Princípio da não contradição.

b) Princípio do terceiro excluído.

c) Princípio da identidade.

d) Princípio da negação.

Comentários:

Segundo o **princípio do terceiro excluído**, uma proposição **ou é verdadeira ou é falsa**, não se admitindo um terceiro valor "talvez".

Gabarito: Letra B.

PROPOSIÇÕES SIMPLES

Proposições simples

Definição de proposição simples

Proposição simples: não pode ser dividida em proposições menores.

Negação de proposições simples

A negação de uma proposição simples **p** gera uma nova proposição simples **~p**.
Uso do "não" e de expressões correlatas: "**não**", "**não é verdade que**", "**é falso que**".
A nova proposição **~p** sempre terá o valor lógico oposto da proposição original **p**.

A maneira mais comum de se negar uma sentença declarativa negativa consiste em **remover o elemento** "**não**", transformando-a em uma sentença declarativa afirmativa.

q: "Taubaté **não** é a capital de Mato Grosso."
~q: "Taubaté **é** a capital de Mato Grosso."

Negação usando antônimos: nem sempre o uso de um antônimo nega a proposição original. Para a proposição "O Grêmio venceu o jogo", é **errado** dizer que a negação seria "O Grêmio perdeu o jogo", porque o jogo poderia ter empatado.

Para negar uma proposição simples formada por uma oração principal e por orações subordinadas, **devemos negar a oração principal**.

Dupla negação: ~(~p) ≡ p.
Várias negações em sequência:
• Número **par** de negações: proposição **equivalente a original**; e
• Número **ímpar** de negações: nova proposição é a **negação da proposição original**.

Descompasso entre a língua portuguesa e a linguagem proposicional: para a linguagem proposicional, "**não** vou comer **nada**" seria equivalente a "vou comer". Na língua portuguesa, tal frase significa que a pessoa realmente não vai comer coisa alguma.

p: "Vou comer."
~p: "Vou comer **nada**."
~ (~p): "**Não** vou comer **nada**."

Definição de proposição simples

Dizemos que uma proposição é **simples** quando ela **não pode ser dividida em proposições menores**.

De outra forma, podemos dizer que a proposição é simples quando ela é formada por uma única parcela elementar indivisível que pode ser julgada como verdadeira ou falsa.

É muito comum representar as proposições simples por uma letra do alfabeto. Exemplos:

p: "Pedro é o estagiário do banco."

q: "Paula **não** é arquiteta."

r: "$3^2 = 6$."

Observe que as proposições simples **p** e **r** são sentenças **declarativas afirmativas**, enquanto **q** é uma sentença **declarativa negativa**.

Negação de proposições simples

Uso do "não" e de expressões correlatas

A negação de uma proposição simples **p** gera uma nova proposição simples.

Essa nova proposição simples é denotada pelo símbolo ~ ou ¬ seguido da letra que representa a proposição original. Ou seja, a negação de **p** é representada por **~p** ou **¬p (lê-se: "não p")**. Exemplo:

p: "Porto Alegre é a capital do Ceará."

~**p**: "Porto Alegre **não** é a capital do Ceará."

Uma outra forma de se negar a proposição original sugerida é inserir expressões como "não é verdade que...", "é falso que..." no início:

~**p**: "**Não é verdade que** Porto Alegre é a capital do Ceará."

~**p**: "**É falso que** Porto Alegre é a capital do Ceará."

Valor lógico da negação de uma proposição

A nova proposição **~p** sempre terá o valor lógico oposto da proposição original **p**. Isso significa que se **p** é falsa, **~p** é verdadeira, e se **p** é verdadeira, **~p** é falsa. Essa ideia pode ser representada na seguinte tabela, conhecida por **tabela-verdade**:

p	~p
V	F
F	V

Cada linha da tabela representa uma possível combinação de valores lógicos para as proposições **p** e **~p**. A primeira linha representa o fato de que se **p** assumir o valor V, **~p** deve assumir o valor F. Já a segunda linha representa o fato de que se **p** assumir o valor F, **~p** deve assumir o valor V.

Negação de proposições que são sentenças declarativas negativas

Observe a proposição simples **q** abaixo, que é uma sentença declarativa negativa:

q: "Taubaté **não** é a capital de Mato Grosso."

Sua negação pode ser escrita das seguintes formas:

~**q**: "**Não é verdade que** Taubaté **não** é a capital de Mato Grosso."

~**q**: "**É falso que** Taubaté **não** é a capital de Mato Grosso."

~**q**: "**Taubaté é a capital de Mato Grosso**."

Note que a maneira mais comum de se negar uma sentença declarativa negativa consiste em **remover o elemento** "**não**", transformando-a em uma sentença declarativa afirmativa.

Logo, a negação mais comum de "Taubaté **não** é a capital de Mato Grosso" corresponde à proposição "Taubaté é a capital de Mato Grosso".



Cuidado! Como visto no exemplo anterior, a negação de uma proposição não necessariamente contém expressões como "**não**", " **não é verdade que** ", "**é falso que**", etc. **Isso se deve ao fato de que a proposição original pode já conter essas expressões**.

Em resumo, a maneira mais simples e comum de se negar uma sentença declarativa negativa consiste em **remover o elemento** "**não**", transformando-a em uma sentença declarativa afirmativa.

(CGIA SC/2020) A proposição p equivale à "Ana não dirige moto" e a proposição q equivale à "Heitor administra o mercado". Assinale a alternativa que apresenta corretamente ~p e ~q, nesta ordem.

a) "Ana dirige apenas carro"; "Heitor não administra o mercado".

b) "Ana dirige moto"; "Heitor administra a farmácia".

c) "Ana administra o mercado"; "Heitor não dirige moto".

d) "Ana dirige moto"; "Heitor não administra o mercado".

e) "Ana não administra o mercado"; "Heitor dirige moto".

Comentários:

Na proposição **p** temos originalmente uma sentença declarativa negativa:

p: "Ana **não** dirige moto."

A maneira mais comum de se negar uma sentença declarativa negativa consiste em **remover o elemento** "**não**", transformando-a em uma sentença declarativa afirmativa. Nesse caso, temos:

~p: "Ana dirige moto."

Por outro lado, na proposição **q** temos uma sentença declarativa afirmativa:

q: "Heitor administra o mercado"

Para negá-la, podemos inserir o elemento "não":

~q: "Heitor **não** administra o mercado"

Logo, **~p** e **~q** correspondem "**Ana dirige moto**" e "**Heitor não administra o mercado**".

Gabarito: Letra D.

(IDAM/2019) A negação de uma negação, na lógica proposicional, é equivalente a:

a) Uma verdade

b) Uma afirmação

c) Uma negação

d) Uma negação duas vezes mais forte

Comentário:

Por "negação de uma negação", entende-se que a questão quis se referir à negação de uma proposição do tipo sentença declarativa negativa.

Ao se negar uma sentença declarativa negativa, obtém-se uma sentença declarativa afirmativa, ou uma "afirmação", conforme a letra B. Exemplo:

p: "Pedro **não** é engenheiro."

~**p**: "Pedro é engenheiro."

Uma possível "pegadinha" seria a alternativa A. Ocorre que **verdade é um valor lógico (V)**, e não sabemos se a proposição original é verdadeira ou se é falsa.

Gabarito: Letra B.

Negação usando antônimos

É possível negar uma proposição simples utilizando antônimos. Exemplo:

p: "João foi **aprovado** no vestibular."

~**p**: "João foi **reprovado** no vestibular."

Veja que faz sentido dizer que "**João foi reprovado no vestibular**" corresponde à negação de "**João foi aprovado no vestibular**". Isso porque, nesse contexto, "**aprovado**" e "**reprovado**" abarcam todas as possibilidades possíveis.

O uso de antônimos para se negar uma proposição deve ser visto com muito cuidado. Veja a seguinte proposição:

p: "O Grêmio **venceu** o jogo contra o Inter."

Observe que um antônimo de "**vencer**" é "**perder**", porém essa palavra não nega a proposição anterior. **Não está certo dizer que a negação da proposição seria** "**O Grêmio perdeu o jogo contra o Inter**".

Note que, nesse contexto, "**vencer**" e "**perder**" não abarcam todas as possibilidades, pois o jogo poderia ter empatado. Nesse caso, não resta outra opção senão negar a proposição com um dos modos tradicionais:

~p: "O Grêmio **não venceu** o jogo contra o Inter."

Perceba que "**não venceu**" **abarca as possibilidades** "**perder**" e "**empatar**".



Nem sempre o uso de um antônimo nega corretamente uma proposição simples.

(CRMV RJ/2022) Em relação a estruturas lógicas e à lógica de argumentação, julgue o item a seguir.

A negação de “O canguru vermelho é o maior marsupial existente” é “O canguru vermelho é o menor marsupial existente”.

Comentários:

Originalmente, temos a seguinte proposição:

p: “O canguru vermelho é o **maior** marsupial existente"

A questão sugere que essa proposição seja negada substituindo a palavra "**maior**" pelo seu antônimo "**menor**".

Veja que **essa suposta negação não abarca todas as possibilidades possíveis**, pois **o canguru vermelho pode não ser o maior marsupial sem que ele seja exatamente o menor**. Em outras palavras, o canguru vermelho poderia, por exemplo, ter um tamanho mediano.

Logo, uma possibilidade correta de se negar a proposição original seria:

~p: "O canguru vermelho **não** é o **maior** marsupial existente"

Gabarito: ERRADO.

(CRM SC/2022) Com relação a estruturas lógicas, julgue o item.

"Joinville é a cidade mais bonita do mundo" é a negação de "Florianópolis é a cidade mais bonita do mundo".

Comentários:

Originalmente, temos a seguinte proposição:

p: "Florianópolis é a cidade mais bonita do mundo "

Uma possibilidade para se negar essa proposição consiste em inserir a palavra "**não**":

~p: "Florianópolis **não** é a cidade mais bonita do mundo".

Note que **a suposta negação sugerida pelo enunciado não abarca todas as possibilidades de se negar a proposição original**. Isso porque, para que Florianópolis não seja a cidade mais bonita do mundo, não é necessário que Joinville seja a cidade mais bonita do mundo.

Gabarito: ERRADO.

(Pref. Paraí/2019) A negação da proposição simples "Está quente em Paraí" é:

a) Está frio em Paraí.

b) Se está quente em Paraí então chove.

c) Está quente em Paraí ou frio.

d) Ou está quente em Paraí ou chove.

e) Não é verdade que está quente em Paraí.

Comentários:

Sempre evite o uso de antônimos para negar uma proposição. Lembre-se que uma das formas tradicionais de se negar uma proposição sem utilizar antônimos é incluir "**não é verdade que**" no início dela.

p: "Está quente em Paraí."

~p: "**Não é verdade** que está quente em Paraí."

A pegadinha da questão era a letra A, que utiliza o antônimo "frio" para negar a palavra "quente" presente na proposição original. Observe que "**frio**" **não nega a palavra** "**quente**", pois a cidade pode estar nem quente nem fria.

Gabarito: Letra E.

Negação de período composto por subordinação

Seja a proposição simples **p**:

p: "Pedro **respondeu** que **estudou** todo o edital."

Perceba que temos dois verbos, "respondeu" e "estudou" e, portanto, estamos diante de duas orações. Para negar a proposição corretamente, **nega-se a oração principal**.

~p: "Pedro **não** **respondeu** que **estudou** todo o edital."

INDO MAIS FUNDO!



Note que a oração "que **estudou** todo o edital" é subordinada à oração principal, devendo ser tratada como objeto direto. Podemos reescrever assim:

p: "Pedro **respondeu** ~~que estudou todo o edital~~."

p: "Pedro **respondeu** **isso**."

Nesse caso, podemos negar a proposição simples do seguinte modo:

~p: "Pedro **não** **respondeu** **isso**."

Se voltarmos para a estrutura original, temos:

~p: "Pedro **não** **respondeu** **que estudou todo o edital**."

Observe que é errado negar a oração subordinada. Isso significa que "Pedro **respondeu** que **não** **estudou** todo o edital" **não é a negação** de "Pedro **respondeu** que **estudou** todo o edital".

FIQUE ATENTO!



Para negar uma **proposição simples** formada por uma oração principal e por orações **subordinadas**, devemos **negar a oração principal**.
Em um período composto por subordinação, **nem sempre a oração principal aparece primeiro**.
Isso significa que **nem sempre é o primeiro verbo que deve ser negado**.

(BNB/2022) A negação de "Não basta que juízes sejam equilibrados nos seus votos" está corretamente expressa em "Basta que juízes não sejam equilibrados nos seus votos".

Comentários:

Estamos diante de uma proposição simples, que pode ser reescrita como:

p: "Não basta ~~que juízes sejam equilibrados nos seus votos~~."

p: "Não basta **isso.**"

Para negar a proposição, nega-se a oração principal. Como já temos o elemento "não" na oração principal, a maneira mais simples de se negar consiste em remover o "não":

~p: "Basta **isso.**"

Retornando para os termos da proposição original, temos:

~p: "Basta **que juízes sejam equilibrados nos seus votos.**"

Veja que a negação sugerida, além de negar a oração principal (removendo-se o "não"), acaba por negar também a oração subordinada.

"Basta que juízes **não** sejam equilibrados nos seus votos".

Gabarito: ERRADO.

(TCDF/2014) A negação da proposição "O tribunal entende que o réu tem culpa" pode ser expressa por "O tribunal entende que o réu não tem culpa".

Comentários:

Estamos diante de uma proposição simples, que pode ser reescrita como:

p: "O tribunal entende ~~que o réu tem culpa.~~"

p: "O tribunal entende **isso.**"

Para negar a proposição, nega-se a oração principal:

~p: "O tribunal **não** entende **isso.**"

Retornando para os termos da proposição original, temos:

~p: "O tribunal **não** entende **que o réu tem culpa**."

Veja que o item erra ao negar a oração subordinada ao invés da oração principal:

"O tribunal entende que o réu **não** tem culpa".

Gabarito: ERRADO.

Dupla negação e generalização para mais de duas negações

Um resultado importante que pode ser obtido da tabela-verdade é que a **negação da negação de p** sempre tem **valor lógico igual a proposição p**. Para obter esse resultado importante, primeiramente inserimos na tabela verdade as possibilidades de **p** e **~p**:

p	~p	~(~p)
V	F	?
F	V	?

O próximo passo é preencher os valores de ~(~**p**) observando que **essa proposição é a negação da proposição ~p.**

p	~p	~(~p)
V	F →	V
F	V →	F

Agora basta reconhecer que a **primeira coluna e a última coluna da tabela verdade são exatamente iguais**. Isso significa que, para os dois valores lógicos que **p** pode assumir (V ou F), os valores lógicos assumidos pela proposição **~(~p)** são exatamente iguais.

p	~p	~(~p)
V	F	V
F	V	F

Quando duas proposições assumem valores lógicos necessariamente iguais, dizemos que as **proposições são equivalentes.** Ressalto que trataremos sobre equivalências lógicas em aula futura. Nesse momento, quero que você sabia que representação da equivalência lógica é dada utilizando o símbolo "**≡**" ou "**⇔**". Portanto:

~(~p) ≡ p

Quando tivermos várias negações em sequência, podemos utilizar a seguinte regra:

- Se tivermos um **número par de negações**, temos uma proposição **equivalente a original**; e
- Se tivermos um **número ímpar de negações**, temos a **negação da proposição original**.

(INÉDITA) Acerca da lógica de proposições, julgue o item a seguir.

A proposição ~(~(~(~p))) sempre tem o valor lógico igual ao de ~p.

Comentários:

Quando tivermos várias negações em sequência, podemos utilizar a seguinte regra:

- Se tivermos um **número par de negações**, temos uma proposição **equivalente a original**; e
- Se tivermos um número **ímpar de negações**, temos a **negação da proposição original**.

Como problema apresenta quatro negações, temos que a proposição é equivalente a original, ou seja, a proposição ~ (~ (~ (~**p**))) apresenta sempre o mesmo valor lógico de **p**, não de **~p** como afirma o enunciado.

Gabarito: ERRADO.

PROPOSIÇÕES COMPOSTAS

Proposições compostas

• **Proposição composta:** resulta da combinação de duas ou mais proposições simples por meio do uso de **conectivos.**

• **Valor lógico (V ou F) de uma proposição composta:** depende dos valores lógicos atribuídos às proposições simples que a compõem.

• O operador lógico de **negação (∼) não é um conectivo**.

Tipo	Conectivo mais comum	Notação	Notação alternativa	Conectivos alternativos
Conjunção	**e**	**p∧q**	**p&q** **p∩q**	**p**, mas **q** **p,** entretanto **q** **p**, embora **q**
Disjunção Inclusiva	**ou**	**p∨q**	**p∪q**	-
Disjunção Exclusiva	**ou... ,ou**	**p∨̲q**	**p⊕q**	**p** ou **q**, mas não ambos **p** ou **q** **(depende do contexto)**
Condicional	**se... ,então**	**p→q**	**p⊃q**	Se **p**, **q** Como **p**, **q** **p**, logo **q** **p** implica **q** Quando **p**, **q** Toda vez que **p**, **q** **p** somente se **q** **p** é condição suficiente para **q** **q**,se **p** **q**,pois **p** **q** porque **p** **q** é condição necessária para **p**
Bicondicional	**se e somente se**	**p↔q**	-	**p** assim como **q** **p** se e só se **q** Se **p** então **q** e se **q** então **p** **p** somente se **q** e **q** somente se **p** **p** é condição necessária e suficiente para **q** **q** é condição necessária e suficiente para **p**

• A palavra "**nem**" corresponde a uma conjunção "**e**" seguida de uma negação "**não**".

• A palavra "**Se**" aponta para a condição **Suficiente: "Se p, então q".**

Condicional (p →q)	
p	q
Antecedente	Consequente
Precedente	Subsequente
Condição suficiente	**Condição necessária**

Conjunção (p∧q): é **verdadeira** somente quando **ambas as parcelas são verdadeiras**.
Disjunção Inclusiva (p∨q): é **falsa** somente quando **ambas as parcelas são falsas**.
Disjunção Exclusiva (p$\underline{\vee}$q): é **falsa** somente quando **ambas as parcelas tiverem o mesmo valor lógico**.
Condicional (p→q): é **falsa** somente quando a **primeira parcela é verdadeira** e a **segunda parcela é falsa**.
Bicondicional (p↔q): é **verdadeira** somente quando **ambas as parcelas tiverem o mesmo valor lógico**.

Conjunção "e"		
p	q	p∧q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Disjunção Inclusiva "ou"		
p	q	p∨q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Disjunção Exclusiva "ou...ou"		
p	q	p$\underline{\vee}$q
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Condicional "se...então"		
p	q	p→q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Bicondicional "se e somente se"		
p	q	p↔q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Definição de proposição composta

Proposição composta é uma proposição que resulta da combinação de duas ou mais proposições simples por meio do uso de **conectivos**. Exemplo: considere as proposições simples **p** e **q**:

p: "Maria foi ao cinema."

q: "João foi ao parque."

Unindo essas duas proposições simples por meio do conectivo "**e**", **forma-se uma proposição distinta**, que chamaremos de **R:**

R: " Maria foi ao cinema **e** João foi ao parque."

Essa proposição **R** é uma proposição composta, resultante da associação das proposições simples **p** e **q** por meio de um conectivo.

Se unirmos as mesmas proposições simples por meio do conectivo "**ou**", forma-se uma nova proposição composta **S** diferente da proposição **R**:

S: "Maria foi ao cinema **ou** João foi ao parque."

O **valor lógico** (V ou F) **de uma proposição composta depende dos valores lógicos atribuídos às proposições simples que a compõem**.

Podemos dizer, no exemplo acima, que o valor lógico (V ou F) que a proposição composta **R** assume é função dos valores lógicos assumidos pelas proposições simples **p** e **q** que a compõem. O mesmo pode ser dito da proposição composta **S,** que utiliza um conectivo distinto.

As relações entre os valores lógicos das proposições simples e o consequente valor lógico da proposição composta obtida pelo uso de conectivos serão estudadas a seguir. Antes disso, vamos a um exercício.

(Pref. Flores da Cunha/2022) Analise as sentenças abaixo:

I. Lucas é médico ou João é engenheiro.

II. João é alto e Paulo é professor.

III. Antônio é gaúcho ou Carlos é mecânico.

De acordo com as proposições acima, assinale a alternativa que representa corretamente uma proposição composta.

a) Apenas I.

b) Apenas II.

c) Apenas III.

d) Apenas I e II.

e) I, II e III.

Comentários:

Vamos analisar cada sentença.

I. Lucas é médico ou João é engenheiro.

Note que:

• "**Lucas é médico**" é uma proposição simples; e

• "**João é engenheiro**" é uma proposição simples.

Logo "**Lucas é médico ou João é engenheiro**" **é uma proposição composta** formada por duas proposições simples unidas pelo conectivo "**ou**".

II. João é alto e Paulo é professor.

Note que:

• "**João é alto**" é uma proposição simples; e

• "**Paulo é professor**" é uma proposição simples.

Logo "**João é alto e Paulo é professor**" **é uma proposição composta** formada por duas proposições simples unidas pelo conectivo "**e**".

III. Antônio é gaúcho ou Carlos é mecânico.

Note que:

• "**Antônio é gaúcho**" é uma proposição simples; e

• "**Carlos é mecânico**" é uma proposição simples.

Logo "**Antônio é gaúcho ou Carlos é mecânico**" **é uma proposição composta** formada por duas proposições simples unidas pelo conectivo "**ou**".

Portanto, é correto afirmar que as **sentenças I, II e III** representam **proposições compostas**.

Gabarito: Letra E.

Conectivos lógicos

Os **conectivos** possíveis são divididos em **cinco tipos**, havendo formas diferentes de representá-los na língua portuguesa, conforme será visto adiante.

Os cinco conectivos e as suas formas mais usuais na língua portuguesa são: **Conjunção** ("**e**"), **Disjunção inclusiva** ("**ou**"), **Disjunção exclusiva** ("**ou...ou**"), **Condicional** ("**se...então**") e **Bicondicional** ("**se e somente se**").



A negação de uma proposição simples gera uma nova proposição simples. Assim, **o operador lógico de negação (∼) não é um conectivo**.

Conjunção (p∧q)

O operador lógico **"e"** é um conectivo do tipo **conjunção**. É representado pelo símbolo "∧" ou "**&**" (menos comum). As bancas podem também representar a conjunção com o símbolo de intersecção da teoria dos conjuntos: "∩".

Voltando ao exemplo inicial. Sejam **p** e **q** as proposições:

p: "Maria foi ao cinema."

q: "João foi ao parque."

A proposição composta **R**, resultante da união das proposições simples por meio do conectivo **"e"**, é representada por **p∧q**:

p∧q: "Maria foi ao cinema **e** João foi ao parque."

Vamos agora verificar os valores lógicos (V ou F) que a proposição composta **p∧q** pode receber, dependendo dos valores atribuídos a **p** e a **q.**

Exemplo 1: Maria, no mundo dos fatos, realmente foi ao cinema. Nesse caso, **p** é verdadeiro. Além disso, João de fato foi ao parque. Isso significa que **q** também é verdadeiro.

Dado esse contexto, se analisarmos a frase "Maria foi ao cinema e João foi ao parque", podemos dizer que essa frase é verdadeira. Isso significa que **p∧q** é verdadeiro.

Inserindo este raciocínio em uma tabela-verdade, teremos:

p	q	p∧q
V	V	V

Voltemos à história de Maria e João:

> **Exemplo 2:** consideremos agora que Maria realmente foi ao cinema e, com isso, a proposição **p** é verdadeira. Porém, desta vez, João não foi ao parque. Isso significa que **q** é falso. Lembre-se que a proposição **q** afirma que "João foi ao parque". Se João não foi de fato ao parque, a proposição **q** é falsa.
>
> Dado esse contexto, se analisarmos a frase "Maria foi ao cinema e João foi ao parque", podemos dizer que ela é falsa, pois João, no mundo dos fatos, não foi ao parque. Isso significa que o valor lógico da proposição composta **p∧q** é falso.

Inserindo esse novo resultado na tabela-verdade que começamos a preencher a partir do exemplo 1, teremos:

p	q	p∧q
V	V	V
V	F	F

Considere agora a seguinte possibilidade:

> **Exemplo 3:** dessa vez, no plano dos fatos, Maria resolveu não ir ao cinema. Nesse caso, o valor lógico da proposição **p** é falso. Por outro lado, João realmente foi ao parque. Isso significa que o valor lógico da proposição **q** é verdadeiro.
>
> Dado esse novo contexto, se analisarmos a frase "Maria foi ao cinema e João foi ao parque", podemos dizer que ela é falsa, pois Maria não foi ao cinema. Isso significa que o valor lógico da proposição composta **p∧q** é falso.

A nossa tabela atualizada fica da seguinte forma:

p	q	p∧q
V	V	V
V	F	F
F	V	F

Por fim, a quarta possibilidade para a história dos seus amigos Maria e João é a seguinte:

Exemplo 4: Maria novamente não foi ao cinema. Nesse caso, o valor lógico da proposição **p** é falso. Além disso, seu amigo João também não foi ao parque. Isso significa que o valor lógico da proposição **q** é falso.

Dado esse contexto, se analisarmos a frase "Maria foi ao cinema e João foi ao parque", podemos dizer que ela é falsa, pois tanto Maria quanto João não foram ao cinema. Isso significa que o valor lógico da proposição **p∧q** é falso.

Entendido o quarto exemplo, finalmente a tabela-verdade está completa:

p	q	p∧q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Esqueçamos a história de Maria e João! Ela foi fundamental para você entender o raciocínio por trás dos conceitos, mas podemos generalizar os resultados obtidos. A tabela abaixo, conhecida como **tabela-verdade da conjunção,** resume os valores lógicos que a **conjunção p∧q** pode assumir em função dos valores assumidos por **p** e por **q**.



A conjunção **p∧q** é **verdadeira** somente quando **ambas as parcelas são verdadeiras**. **Nos demais casos, a conjunção p∧q é falsa**.

Conjunção "e"		
p	q	p∧q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

(MGS/2022) Sejam as proposições lógicas simples:

p: Flávia gosta de sorvete de morango.

q: Jonathan gosta de milkshake.

A proposição lógica composta **p∧~q** corresponde a:

a) Se Flávia gosta de sorvete de morango, então Jonathan não gosta de milkshake

b) Se Jonathan gosta de milkshake, então Flávia não gosta de sorvete de morango

c) Flávia gosta de sorvete de morango ou Jonathan não gosta de milkshake

d) Flávia gosta de sorvete de morango e Jonathan não gosta de milkshake

Comentários:

Temos as seguintes proposições simples:

p: "Flávia gosta de sorvete de morango."

q: "Jonathan gosta de milkshake."

A negação de **q**, representada por ~**q**, pode ser escrita assim:

~q: "Jonathan **não** gosta de milkshake."

Portanto, a conjunção **p∧~q** corresponde a:

p∧~q: "**[**Flávia gosta de sorvete de morango**] e [**Jonathan **não** gosta de milkshake**]**."

Gabarito: Letra D.

(Pref. S Parnaíba/2022) Considere a proposição **A**: **p ∧ ¬q**.

Para que a proposição **A** seja falsa,

a) basta que a proposição **p** seja verdadeira ou que a proposição **q** seja falsa.

b) basta que a proposição **p** seja falsa ou que a proposição **q** seja verdadeira.

c) é necessário que a proposição **p** seja verdadeira e que a proposição **q** seja falsa.

d) é necessário que a proposição **p** seja falsa e que a proposição **q** seja verdadeira.

Comentários:

Vimos que a conjunção **p∧q** é **verdadeira** somente quando **ambas as parcelas p e q são verdadeiras**. **Nos demais casos**, **a conjunção p∧q** é **falsa**.

Para o problema em questão, temos **p∧~q**. Nesse caso, **p∧~q** é **verdadeira** somente quando **ambas as parcelas p e ~q são verdadeiras**. **Nos demais casos**, **a conjunção p∧~q** é **falsa**.

Portanto, para que **p∧~q** seja falsa, basta que basta que a proposição **p** seja falsa ou que a proposição **~q** seja falsa. Em outras palavras, basta que a proposição **p** seja falsa ou que a proposição **q** seja verdadeira.

Gabarito: Letra B.

(CRO SC/2023) Considerando que a proposição “Sydney é a capital da Austrália” é falsa e que a proposição “A Austrália é localizada na Oceania” é verdadeira, julgue o item.

A proposição “Sydney não é a capital da Austrália e a Austrália não é localizada na Oceania” é verdadeira.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

s: "Sydney é a capital da Austrália"

a: "A Austrália é localizada na Oceania"

Note que a proposição composta sugerida pelo enunciado pode ser descrita por **~s∧~a**:

~s∧~a:"**[**Sydney **não** é a capital da Austrália**] e [**a Austrália **não** é localizada na Oceania**]**"

Segundo o enunciado:

- **s** é falso; e
- **a** é verdadeiro.

Consequentemente:

- **~s** é verdadeiro; e
- **~a** é falso.

Note, portanto, que temos uma conjunção **~s∧~a** em que uma das parcelas, **~a**, é falsa. Consequentemente, **essa conjunção é falsa**. Isso porque, **para que a conjunção fosse verdadeira**, **ambas as parcelas ~s e ~a precisariam ser verdadeiras**.

Portanto, **a proposição** “**Sydney não é a capital da Austrália e a Austrália não é localizada na Oceania**” **é falsa**.

Gabarito: ERRADO.

Formas alternativas de se representar a conjunção "e"

É importante você saber que **a palavra "mas" também é utilizada para representar uma conjunção**.



Apesar de na Língua Portuguesa a palavra "mas" apresentar uma ideia de oposição, ou seja, um sentido adversativo, devemos ter em mente que, **para fins de Lógica de Proposições**, **"mas" é igual ao conectivo "e"**.

Isso também vale para outras expressões adversativas ou concessivas, como "**entretanto**" e "**embora**": devemos tratar essas expressões como se fosse o conectivo "**e**".

(IFMT/2022) Considere a proposição: "Adelaide namora, mas não consegue casar."

Nessa proposição, o conectivo lógico é:

a) disjunção inclusiva.

b) bicondicional.

c) disjunção exclusiva.

d) condicional.

e) conjunção.

Comentários:

A palavra "**mas**" é utilizada para representar uma **conjunção**. Logo, para a Lógica de Proposições, a proposição em questão corresponde a:

"**[**Adelaide namora**] e [não** consegue casar**]**."

Gabarito: Letra E.

(CM POA/2012) Considere a proposição: Paula é brasileira, entretanto não gosta de futebol. Nesta proposição, está presente o conetivo lógico denominado como:

a) bicondicional.

b) condicional.

c) conjunção.

d) disjunção inclusiva.

e) disjunção exclusiva.

Comentários:

A palavra "**mas**", assim como outras expressões adversativas ou concessivas como "**entretanto**", é utilizada para representar uma **conjunção**. Logo, para a Lógica de Proposições, a proposição em questão corresponde a:

"**[**Paula é brasileira**] e [não** gosta de futebol**]**"

Gabarito: Letra C.

É importante também que você saiba que a palavra "**nem**" corresponde a uma conjunção "**e**" seguida de uma negação "**não**". Considere, por exemplo, as seguintes proposições:

e: "Pedro estuda."

t: "Pedro trabalha."

Note que a proposição composta "Pedro **não** estuda **nem** trabalha." corresponde a **~e∧~t**:

~e∧~t: "**[**Pedro **não** estuda**] e [**Pedro **não** trabalha**]**."



Nem = "**E**... **não**"

Disjunção inclusiva (pVq)

O operador lógico **"ou"** é um conectivo do tipo **disjunção inclusiva**. É representado pelo símbolo "**V**". As bancas podem também representar a disjunção inclusiva com o símbolo de união da teoria dos conjuntos: "∪ ". Exemplo:

pVq: "Pedro vai ao parque **ou** Maria vai ao cinema."

A **tabela-verdade da disjunção inclusiva** sintetiza os valores lógicos que a proposição composta **pVq** pode assumir em função dos valores assumidos por **p** e por **q**.



A disjunção inclusiva **pVq** é **falsa** somente quando **ambas as parcelas são falsas**. **Nos demais casos**, **pVq é verdadeira**.

Disjunção Inclusiva		
"ou"		
p	q	pVq
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Para exemplificar, vamos utilizar a mesma história dos seus amigos Maria e João. Digamos que a proposição **p**," João vai ao parque", seja verdadeira e que a proposição **q**, "Maria vai ao cinema", seja falsa.

Nesse caso, a proposição **pVq** "Pedro vai ao parque **ou** Maria vai ao cinema" é verdadeira, pois para a disjunção inclusiva ser falsa, ambas as proposições devem ser falsas. Para a disjunção inclusiva ser verdadeira, basta que uma das proposições que a compõem seja verdadeira.

Vamos a um outro exemplo:

a: "7 + 1 =10" **(F)**

b: "Café não é uma bebida." **(F)**

Nesse caso, a disjunção inclusiva **aVb** é dada por**:**

aVb: "7 + 1 = 10 **ou** café não é uma bebida." **(F)**

Essa proposição é falsa, pois ambas as proposições simples **a** e **b** são falsas.

(AGRAER MS/2022) Considere as seguintes sentenças:

- **p**: Cachorros podem voar.
- **q**: Thiago é inteligente.

É correto afirmar que a sentença **~pV~q** é:

a) Cachorros não podem voar.

b) Thiago não é inteligente.

c) Cachorros podem voar e Thiago é inteligente.

d) Cachorros não podem voar ou Thiago não é inteligente.

e) Cachorros podem voar ou Thiago é inteligente.

Comentários:

Temos as seguintes proposições simples:

p: "Cachorros podem voar."

q: "Thiago é inteligente."

As negações de **p** e de **q**, representadas por ~**p** e por ~**q**, podem ser representadas assim:

~p: "Cachorros **não** podem voar."

~q: "Thiago **não** é inteligente."

Portanto, a disjunção inclusiva **~pV~q** corresponde a:

~pV~q: "**[**Cachorros **não** podem voar**] ou [**Thiago **não** é inteligente**]**."

Gabarito: Letra D.

(MGS/2022) Maria, uma estudante dedicada, observou que o valor lógico de uma proposição "**p**" é falso e que o valor lógico de uma proposição "**q**" é verdadeiro. Dessa forma, Maria conseguiu afirmar, de forma correta, que o valor lógico da proposição composta é:

a) **pVq** é verdade

b) **pΛq** é verdade

c) **p→q** é falso

d) **p↔q** é verdade

Comentários:

Vimos que a disjunção inclusiva **pVq** é **falsa** somente quando **ambas as parcelas p e q são falsas**. **Nos demais casos, pVq é verdadeira**.

Logo, se **p** for falso e **q** for verdadeiro, **pVq** será verdadeira. O **gabarito**, portanto, é **letra A**.

Observação: ainda veremos o que significa os símbolos "→" e "↔". Além disso, note que a conjunção **pΛq** não é verdadeira, pois, para que a conjunção **pΛq** seja verdadeira, ambas as parcelas precisam ser verdadeiras.

Gabarito: Letra A.

(Pref S Parnaíba/2022) Considere a proposição **A**: **¬pV¬q**.

Para que a proposição **A** seja falsa,

a) basta que uma das proposições, **p** ou **q**, seja verdadeira.

b) basta que uma das proposições, **p** ou **q**, seja falsa.

c) é necessário que ambas as proposições, **p** e **q**, sejam verdadeiras.

d) é necessário que ambas as proposições, **p** e **q**, sejam falsas.

Comentários:

Vimos que a disjunção inclusiva **pVq** é **falsa** somente quando **ambas as parcelas p e q são falsas**. **Nos demais casos, pVq é verdadeira**.

Para o problema em questão, temos **~pV~q**. Nesse caso, **~pV~q** é **falsa** somente quando **ambas as parcelas ~p e ~q são falsas**.

Portanto, para que **~pV~q** seja falsa, é necessário que ambas as proposições, **p e q**, sejam verdadeiras.

Gabarito: Letra C.

Sentido de inclusão do conectivo "ou"

Considere novamente a seguinte disjunção inclusiva:

pVq: "Pedro vai ao parque **ou** Maria vai ao cinema."

Na lógica de proposições, o uso do **conectivo "ou" sozinho** será, **na grande maioria das situações,** com sentido de **inclusão**. Essa inclusão significa que:

- A **primeira** possibilidade pode ocorrer **isoladamente**: somente Pedro vai ao parque e Maria não vai ao cinema;
- A **segunda** possibilidade pode ocorrer **isoladamente**: somente Maria vai ao cinema e Pedro não vai ao parque; e
- A primeira e a segunda possibilidade **podem ocorrer simultaneamente**: Pedro vai ao parque e também Maria vai ao cinema.

Professor, por que você disse que o conectivo "ou" sozinho tem sentido de inclusão na grande maioria das situações? Há alguma exceção?

Calma concurseiro, veremos o porquê no tópico seguinte. Antes disso, vamos resolver uma questão.

(CEFET MG/2021) Na afirmação "Gosto de pão ou de carne", o uso do conectivo "ou" indica

a) exclusão e, com isso, essa pessoa gosta somente de carne.

b) exclusão e, com isso, essa pessoa não gosta nem de pão nem de carne.

c) exclusão e, por isso, deve-se entender que essa pessoa gosta só de pão e não gosta de carne.

d) inclusão e, por isso, significa que a pessoa gosta, com certeza, tanto de pão quanto de carne.

e) inclusão, significando que a pessoa pode gostar só de pão, só de carne ou pode gostar dos dois ao mesmo tempo.

Comentários:

Na afirmação "**Gosto de pão ou de carne**", o uso do conectivo "**ou**" tem um sentido de **inclusão**. Isso significa que

• A **primeira** possibilidade pode ocorrer **isoladamente**: a pessoa pode gostar só de pão;

• A **segunda** possibilidade pode ocorrer **isoladamente**: a pessoa pode gostar só de carne; e

• A primeira e a segunda possibilidade **podem ocorrer simultaneamente**: a pessoa pode gostar de pão e de carne ao mesmo tempo.

O **gabarito**, portanto, é **letra E**.

Gabarito: Letra E.

Disjunção exclusiva (p$\underline{\vee}$q)

O operador lógico **"ou...,ou"** é um conectivo do tipo **disjunção exclusiva**. É representado pelo símbolo "$\underline{\vee}$" ou "$\oplus$" (menos comum). Exemplo:

p$\underline{\vee}$q: "**Ou** Pedro vai ao parque, **ou** Maria vai ao cinema."

Na **disjunção exclusiva** as duas proposições **não podem ser verdadeiras ao mesmo tempo**. O sentido de **exclusão** conferido por esse conectivo significa que:

- A **primeira** possibilidade pode ocorrer **isoladamente**: somente Pedro vai ao parque e Maria não vai ao cinema;
- A **segunda** possibilidade pode ocorrer **isoladamente**: somente Maria vai ao cinema e Pedro não vai ao parque; e
- **A primeira e a segunda possibilidade não podem ocorrer simultaneamente**, ou seja:
  - Maria não pode ir ao cinema com Pedro indo ao parque; e
  - Pedro não pode ir ao parque com Maria indo ao cinema.

A **tabela-verdade da disjunção exclusiva** resume os valores lógicos que a proposição composta **p$\underline{\vee}$q** pode assumir em função dos valores assumidos por **p** e por **q**.



A disjunção exclusiva **p$\underline{\vee}$q** é **falsa** somente quando **ambas as parcelas apresentam o mesmo valor lógico**. **Nos demais casos**, **p$\underline{\vee}$q é verdadeira**.

Disjunção Exclusiva "ou...ou"		
p	q	p$\underline{\vee}$q
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Vamos exemplificar essa tabela-verdade com um novo exemplo. Considere as proposições:

p: "Hoje é domingo."

q: "Hoje é segunda-feira."

p$\underline{\vee}$q: "**Ou** hoje é domingo, **ou** hoje é segunda-feira"

Existem quatro possibilidades de atribuição dos valores lógicos V ou F a estas proposições:

1) Primeiro caso: **p:** "Hoje é domingo" e **q**: "Hoje é segunda-feira" são ambas verdadeiras. Nesse caso, **p$\underline{\vee}$q**: "**Ou** hoje é domingo, **ou** hoje é segunda-feira" é falsa, pois não é possível ser domingo e segunda-feira ao mesmo tempo.

2) Segundo caso: hoje é domingo. Nesse caso, **p$\underline{\vee}$q**: "**Ou** hoje é domingo, **ou** hoje é segunda-feira" é verdadeira, pois uma (somente uma) das proposições é verdadeira - no caso, a proposição **p.**

3) Terceiro caso: hoje é segunda-feira. Nesse caso, **p$\underline{\vee}$q**: "**Ou** hoje é domingo, **ou** hoje é segunda-feira" também é verdadeira, pois uma (somente uma) das proposições é verdadeira – no caso, a proposição **q.**

4) Quarto caso: hoje não é domingo nem segunda-feira. Nesse caso **p** e **q** são falsas e **p$\underline{\vee}$q**: "**Ou** hoje é domingo, **ou** hoje é segunda-feira" é falsa.

(IFMA/2023) Considere as proposições compostas a seguir:

P: “Paulo vai ao IFMA e Paulo é carioca”;

Q: “Ou Paulo vai ao IFMA ou Paulo é carioca”.

Sabendo que as proposições **P** e **Q** têm o mesmo valor-verdade, ou seja, ambas são verdadeiras ou ambas são falsas, então, é correto afirmar que

a) Paulo vai ao IFMA.

b) Paulo é carioca.

c) Paulo não vai ao IFMA e Paulo não é carioca.

d) Paulo vai ao IFMA e Paulo não é carioca.

e) Paulo não vai ao IFMA e Paulo é carioca.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

p: "Paulo vai ao IFMA."

q: "Paulo é carioca."

Note que as proposições compostas **P** e **Q** podem ser descritas assim:

p∧q: "**[**Paulo vai ao IFMA**] e [**Paulo é carioca**]**.”

p$\underline{\vee}$q: "**Ou [**Paulo vai ao IFMA**] ou [**Paulo é carioca**]**.”

Nesse problema, **ambas as proposições compostas p∧q e p$\underline{\vee}$q devem ter o mesmo valor lógico**.

Comparando as tabelas-verdade das duas proposições compostas, podemos perceber que **a conjunção "e" e a disjunção inclusiva "ou" apresentam o mesmo valor lógico somente na última linha**.

Em outras palavras, **as duas proposições compostas apresentam o mesmo valor lógico** (falso) **quando ambas as parcelas são falsas**.

Conjunção "e"		
p	q	p∧q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Disjunção Exclusiva "ou...ou"		
p	q	p∨q
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Logo, **p** deve ser falso e **q** deve ser falso.

Vamos analisar as alternativas e assinalar a correta, ou seja, assinalar aquela que apresenta uma proposição verdadeira.

a) **p** – proposição simples falsa, pois **p** é falso.

b) **q** – proposição simples falsa, pois **q** é falso.

c) **~p∧~q** – conjunção verdadeira, pois **~p** e **~q** são ambos verdadeiros. Esse é o **gabarito**.

d) **p∧~q** – conjunção falsa, pois um dos termos, **p**, é falso.

e) **~p∧q** – conjunção falsa, pois um dos termos, **q**, é falso.

Gabarito: Letra C.

Formas alternativas de se representar a disjunção exclusiva "ou...ou"

O uso da expressão **"...ou..., mas não ambos"** é utilizado como **disjunção exclusiva**. Exemplo:

p∨q: "Pedro vai ao parque **ou** Maria vai ao cinema**, mas não ambos**."

Além disso, é importante que você saiba que, **em algumas questões, é necessário supor que o uso do "ou" sozinho**, exatamente como é usado na disjunção inclusiva, **corresponde a uma disjunção exclusiva**.



Em algumas questões, é necessário supor que o uso do "ou" sozinho, exatamente como é usado na disjunção inclusiva, **corresponde a uma disjunção exclusiva**.

Esse tipo de "pegadinha" costuma ocorrer quando, considerando o contexto, as proposições simples não podem ser simultaneamente verdadeiras. Exemplo:

p$\underline{V}$q: "José é cearense **ou** José é paranaense."

Perceba que José não pode ser cearense e paranaense ao mesmo tempo, e com isso **podemos considerar o "ou" sozinho como exclusivo**.

Muito cuidado ao realizar essa consideração na hora da prova. **Utilize esse entendimento como último recurso.**

(CREFONO 7/2014) Assinale a alternativa que representa o mesmo tipo de operação lógica que "O fonoaudiólogo é gaúcho ou paulista".

a) O pesquisador gosta de música ou de biologia.

b) O comentarista é paranaense ou matemático.

c) O analista é fonoaudiólogo ou dentista.

d) O professor faz musculação ou natação.

e) O gato está vivo ou morto.

Comentários:

Observe que, nessa questão, tanto a proposição do enunciado quanto as alternativas apresentam o conectivo "ou" sozinho e, **em um primeiro momento**, **poderíamos achar que todas as assertivas se tratam de disjunção inclusiva**.

Ocorre que, ao contextualizar a frase do enunciado, percebe-se que **o fonoaudiólogo não pode ser ao mesmo tempo gaúcho e paulista**, de modo que **devemos procurar nas alternativas um "ou" exclusivo**.

Essa situação só ocorre na **letra E**, que apresenta um "ou" exclusivo justamente porque **o gato não pode estar vivo e morto ao mesmo tempo**.

Gabarito: Letra E.

Condicional (p→q)

O operador lógico **"se... ,então"** é um conectivo do tipo **condicional**. É representado pelo símbolo "→" ou "⊃" (menos comum). Exemplo:

p→q: "Se Pedro vai ao parque, **então** Maria vai ao cinema."

A **tabela-verdade da proposição condicional** resume os valores lógicos que a proposição composta **p→q** pode assumir em função dos valores assumidos por **p** e por **q**.

Condicional "se...então"		
p	q	p→q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

DESPENCA NA PROVA!



A condicional **p→q** é **falsa** somente quando a **primeira parcela é verdadeira** e a **segunda parcela é falsa**. **Nos demais casos**, **p→q é verdadeira**.

Condicional "se...então"		
p	q	p→q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Vamos exemplificar essa tabela-verdade.

Considere as proposições sobre Frederico:

p: "Frederico é matemático."

q: "Frederico sabe somar."

p→q: "**Se** Frederico é matemático, **então** Frederico sabe somar."

Analisemos as possibilidades:

1) **p:** "Frederico é matemático" e **q**: "Frederico sabe somar" são ambas verdadeiras. Nesse caso, se realmente Frederico é matemático, não há dúvida que ele sabe somar, e a proposição condicional **p→q**: "**Se** Frederico é matemático, **então** Frederico sabe somar" é verdadeira.

2) **p:** "Frederico é matemático" é verdadeira e **q**: "Frederico sabe somar" é falsa. Na situação apresentada, temos que Frederico é matemático e não sabe somar. A proposição condicional é falsa.

3) **p:** "Frederico é matemático" é falsa e **q**: "Frederico sabe somar" é verdadeira. Nessa situação, temos uma pessoa que não se formou em matemática, mas que sabe somar. A condicional é verdadeira.

4) **p:** "Frederico é matemático" e **q**: "Frederico sabe somar" são ambas falsas. Esse caso é possível, pois Frederico pode ser uma criança recém-nascida, que não é bacharel em matemática e que não sabe somar. A condicional é verdadeira.

(CRMV/2022) Admitindo que as proposições "Pedro é o pai de Anderson" e "Waldir é o pai de Pedro" são verdadeiras e que a proposição "Roseana é neta de Rodolfo" é falsa, julgue o item.

"Se Roseana é neta de Rodolfo, então Pedro é o pai de Anderson" é uma proposição falsa.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

r: "Roseana é neta de Rodolfo."

p: "Pedro é o pai de Anderson."

Note que a condicional sugerida pode ser escrita na forma **r→p**:

r→p: "**Se [**Roseana é neta de Rodolfo**]**, **então [**Pedro é o pai de Anderson**]**."

Segundo o enunciado, **r** é **falso** e **p** é **verdadeiro**. Logo, a condicional **r→p** é da forma **F→V**. Trata-se de uma **condicional verdadeira**, pois a condicional só é falsa quando a primeira parcela é verdadeira e a segunda parcela é falsa (caso **V→F**).

Gabarito: ERRADO.

(CRP 9/2022) Se é verdadeira a proposição "Se a psicologia não é o estudo da alma, então Poliana é psicóloga.", então a proposição "Poliana é psicóloga." é necessariamente verdadeira.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

a: "Psicologia é o estudo da alma."

p: "Poliana é psicóloga."

Note que a condicional sugerida pode ser escrita na forma **~a→p**:

~a→p: "**Se [**a psicologia **não** é o estudo da alma**]**, **então [**Poliana é psicóloga**]**."

Sabemos que a condicional **~a→p** é **falsa** somente quando **a primeira parcela é verdadeira e a segunda parcela é falsa**. **Nos demais casos**, **~a→p é verdadeira**. Logo, **a condicional ~a→p é verdadeira nos seguintes casos**:

- **V→V**: **~a** verdadeiro e **p** verdadeiro;
- **F→V**: **~a** falso e **p** verdadeiro;
- **F→F**: **~a** falso e **p** falso;

Portanto, uma vez que a condicional **~a→p** é verdadeira, **não necessariamente p é verdadeiro**.

Gabarito: ERRADO.

(CRA PR/2022) Sendo **p**, **q** e **r** três proposições, julgue o item.

Se a proposição **(p∧q)→r** é falsa, então **p** e **q** são verdadeiras e **r** é falsa.

Comentários:

A condicional **(p∧q)→r** é **falsa** somente quando **a primeira parcela (p∧q) é verdadeira e a segunda parcela r é falsa**. Logo, para essa condicional ser falsa:

• **(p∧q)** é verdadeiro; e

• **r** é falso.

Para que a conjunção **(p∧q)** seja verdadeira, ambas as parcelas precisam ser verdadeiras. Logo:

• **p** é verdadeiro.

• **q** é verdadeiro.

• **r** é falso.

Gabarito: CERTO.

(UNICAMP/2023) Considere falsa a seguinte afirmação:

Se eu almocei, então não estou com fome.

Com base nas informações apresentadas, é verdade que:

a) Eu não almocei.

b) Eu não estou com fome.

c) Eu não almocei e estou com fome.

d) Eu não almocei e não estou com fome.

e) Eu almocei e estou com fome.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

a: "Eu almocei."

f: "Estou com fome."

Note que a condicional sugerida pode ser escrita na forma **a→~f**:

a→~f: "**Se** [eu almocei], **então** [**não** estou com fome]."

Sabemos que a condicional **a→~f** é **falsa** somente quando **a primeira parcela é verdadeira e a segunda parcela é falsa**. Logo:

• **a** é verdadeiro; e

• **~f** é falso.

Como ~**f** é falso, **f** é verdadeiro. Portanto:

• **a** é verdadeiro; e

• **f** é verdadeiro.

Com base nisso, devemos assinalar a alternativa que apresenta uma proposição verdadeira.

a) **~a** – proposição simples falsa, pois ~**a** é falso.

b) **~f** – proposição simples falsa, pois ~**f** é falso.

c) **~a∧f** – conjunção falsa, pois um dos termos, ~**a**, é falso.

d) **~a∧~f** – conjunção falsa, pois ambos os termos, **~a** e ~**f**, são falsos.

e) **a∧f** – conjunção verdadeira, pois **a** e **f** são ambos verdadeiros. Esse é o **gabarito**.

Gabarito: Letra E.

Formas alternativas de se representar a condicional "se...então"

Algumas vezes as bancas gostam de esconder a proposição condicional utilizando conectivos diferentes do clássico "**se...então**". Vamos apresentar aqui as possibilidades que mais aparecem nas provas. Considere novamente as proposições simples:

p: "Pedro vai ao parque."

q: "Maria vai ao cinema."

A forma clássica de se representar a condicional **p→q** é a seguinte:

p→q: "Se Pedro vai ao parque, **então** Maria vai ao cinema."

Essa mesma condicional **p→q** pode também ser representada das seguintes formas:

- **Se p, q**. Observe que o "então" foi omitido.

p→q: "Se Pedro vai ao parque, Maria vai ao cinema."

- **Como p, q**.

p→q: "Como Pedro vai ao parque, Maria vai ao cinema."

- **p, logo q**.

p→q: "Pedro vai ao parque, **logo** Maria vai ao cinema."

- **p implica q.**

p→q: "Pedro ir ao parque **implica** Maria ir ao cinema."

- **Quando p, q.**

p→q: "**Quando** Pedro vai ao parque, Maria vai ao cinema."

- **Toda vez que p, q.**

p→q: "**Toda vez que** Pedro vai ao parque, Maria vai ao cinema."

- **p somente se q.**

p→q: "Pedro vai ao parque **somente se** Maria vai ao cinema."



Como será visto mais à frente, o conectivo **"se e somente se"** é **bicondicional**. Seu uso é diferente do conectivo **condicional "somente se"**.

- **q, se p**. Nesse caso ocorre a **inversão da ordem** entre **p** e **q**.

p→q: "Maria vai ao cinema, **se** Pedro for ao parque."

- **q, pois p**. Novamente ocorre a **inversão da ordem** entre **p** e **q**.

p→q: "Maria vai ao cinema, **pois** Pedro vai ao parque."

- **q porque p**. Novamente ocorre a **inversão da ordem** entre **p** e **q**.

p→q: "Maria vai ao cinema **porque** Pedro vai ao parque."



Muita atenção para os casos em que ocorre a inversão da ordem entre **p** e **q**. **As quatro condicionais a seguir**, para fins de Lógica de Proposições, **são exatamente iguais** e apresentam a mesma notação **p→q**:

p→q: "**Se** Pedro vai ao parque, **então** Maria vai ao cinema."

p→q: "Maria vai ao cinema, **se** Pedro ir ao parque."

p→q: "Maria vai ao cinema, **pois** Pedro vai ao parque."

p→q: "Maria vai ao cinema **porque** Pedro vai ao parque."

(Pref Betim/2022) Tendo-se como premissa que a proposição simples "agentes municipais são públicos" tenha valor falso, é CORRETO deduzir que o valor lógico da proposição "agentes municipais são públicos, logo devem ser concursados" é:

a) Falso.

b) Verdadeiro.

c) Inconclusivo.

d) Não se trata de uma proposição.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

p: "Agentes municipais são públicos."

c: "Agentes municipais devem ser concursados."

Note que a proposição composta sugerida é a condicional **p→c** escrita na forma "**p**, **logo q**":

p→c: "**[**Agentes municipais são públicos**]**, **logo [**devem ser concursados**]**."

Essa condicional pode ser escrita por meio do conectivo tradicional **"se...então"**:

p→c: "**Se [**os agentes municipais são públicos**]**, **então [**devem ser concursados**]**."

Sabemos que a condicional **p→c** é **falsa** somente quando **a primeira parcela é verdadeira e a segunda parcela é falsa**. **Nos demais casos**, **p→c é verdadeira**.

A questão informa que a primeira parcela, **p**, é falsa. Veja que, nesse caso, **a condicional p→c será sempre verdadeira**, **qualquer que seja o valor de c** (**V ou F**). Isso porque, qualquer que seja o valor de **c**, não teremos o caso em que a condicional é falsa, ou seja, **não teremos o caso V→F**.

Gabarito: Letra B.

(Pref Irauçuba/2022/adaptada) Considere a proposição a seguir.

"Quando Ana vai à escola de ônibus ou de carro, ela sempre leva um guarda-chuva e também dinheiro."

Assinale a opção que expressa corretamente a proposição acima em linguagem da lógica formal, assumindo que:

P = "Ana vai à escola de ônibus".

Q = "Ana vai à escola de carro".

R = "Ana sempre leva um guarda-chuva".

S = "Ana sempre leva dinheiro".

a) **$P \vee (Q \rightarrow (R \wedge S))$**

b) **$(P \rightarrow Q) \vee R$**

c) **$P \rightarrow (Q \vee R)$**

d) **$(P \vee Q) \rightarrow (R \wedge S)$**

Comentários:

Note que a proposição composta sugerida é uma condicional escrita na forma "**Quando p, q**". Nesse caso, a primeira parcela é disjunção inclusiva **P∨Q**, e a segunda parcela é a conjunção **R∧S**. Observe:

$(P \vee Q) \rightarrow (R \wedge S)$: "**Quando [(**Ana vai à escola de ônibus**) ou (**Ana vai à escola de carro**)]**, **[(**Ana sempre leva um guarda-chuva**) e (**Ana sempre leva dinheiro**)]**."

Reescrevendo a frase na língua portuguesa de modo a eliminar repetições desnecessárias, temos:

$(P \vee Q) \rightarrow (R \wedge S)$: "**Quando [(**Ana vai à escola de ônibus**) ou (**de carro**)]**, **[(**ela sempre leva um guarda-chuva**) e (**também dinheiro**)]**."

Portanto, é correto afirmar que a proposição composta corresponde a **$(P \vee Q) \rightarrow (R \wedge S)$**.

Gabarito: Letra D.

Condição suficiente e condição necessária

Quando temos uma condicional **p→q**, podemos dizer que:

- **p** é condição **suficiente** para **q;**
- **q** é condição **necessária** para **p.**

Considere a condicional abaixo:

p→q: "Se Pedro vai ao parque**, então** Maria vai ao cinema."

Podemos reescrevê-la dos seguintes modos:

p→q: "Pedro ir ao parque **é condição suficiente para** Maria ir ao cinema."

p→q: "Maria ir ao cinema **é condição necessária para** Pedro ir ao parque."

Uma forma de não confundir condição necessária com condição suficiente e vice-versa é lembrar que **a palavra "se"** do "**se...então**" **aponta para a condição suficiente**.



A palavra "**S**e" aponta para a condição **S**uficiente
"**S**e **p**, então **q**"
p é a condição **S**uficiente
q é a condição necessária



Como será visto mais à frente, a expressão **"condição necessária e suficiente"** se refere às proposições que compõem o conectivo **bicondicional**.

(CODHAB/2018) R: Se alguém estuda muitas horas sobre cálculo, então é aprovado em seu exame de cálculo.

Considerando a sentença apresentada acima, julgue o item que se segue.

A sentença **R** significa que estudar muitas horas sobre cálculo é condição necessária para ser aprovado em seu exame de cálculo.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

e: "Alguém estuda muitas horas sobre cálculo."

a: "Alguém é aprovado em seu exame de cálculo."

Note que a proposição composta **R** é a condicional **e→a**:

e→a: **Se** [alguém estuda muitas horas sobre cálculo], **então** [é aprovado em seu exame de cálculo]."

Essa condicional pode ser escrita dos seguintes modos:

e→a: "[Estudar muitas horas sobre cálculo**] é condição suficiente para [**ser aprovado em seu exame de cálculo**]."**

e→a: "[Ser aprovado em seu exame de cálculo**] é condição necessária para [**estudar muitas horas sobre cálculo**]."**

Logo, é errado afirmar que "**estudar muitas horas sobre cálculo é condição necessária para ser aprovado em seu exame de cálculo**". Isso porque **estudar muitas horas sobre cálculo é a condição suficiente**.

Gabarito: ERRADO.

(CEFET MG/2022) Considere a tirinha a seguir.



Disponível em http://clubes.obmep.org.br/blog/2021/07/a-filosofia-do-garfield/. Acesso em 20 fev. 2022.

Sobre a implicação lógica apresentada na tirinha, é correto afirmar que:

a) Existir é condição suficiente de pensar.

b) Pensar é condição suficiente de existir.

c) Pensar é condição necessária de existir.

d) Existir é condição necessária e suficiente de pensar.

e) Pensar é condição necessária e suficiente de existir.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

p: "Eu penso."

e: "Eu existo."

Note a implicação lógica apresentada no primeiro quadrinho da tirinha é condicional **p→e** escrita na forma "**p**, **logo q**":

p→e: "**[**Eu penso**], logo [**(eu) existo**]**."

Essa condicional pode ser escrita por meio do conectivo tradicional **"se...então"**:

p→e: "**Se [**eu penso**], então [**(eu) existo**]**."

Uma vez que temos a condicional **p→e** escrita com o conectivo tradicional "**se...então**", podemos reescrever essa condicional dos seguintes modos:

p→e: "[Pensar] é condição suficiente para [existir]."

p→e: "[Existir] é condição necessária para [pensar]."

O **gabarito**, portanto, é **letra B**.

Gabarito: Letra B.

Nomenclatura dos termos que compõem o condicional

Quando temos uma condicional **p→q**, a primeira parcela **p** e a segunda parcela **q** que compõem essa condicional têm nomes especiais:

Condicional (p →q)	
p	q
Antecedente	Consequente
Precedente	Subsequente
Condição suficiente	**Condição necessária**

Não confunda **condição suficiente** com **subsequente**, pois a palavra "subsequente" significa **"aquele que segue imediatamente a outro"**.

(PGE PE/2019) Se uma proposição na estrutura condicional — isto é, na forma **p→q**, em que **p** e **q** são proposições simples — for falsa, então o precedente será, necessariamente, falso.

Comentários:

A questão afirma que, para uma condicional **p→q** ser falsa, devemos ter o precedente **p** necessariamente falso.

Da tabela-verdade condicional, sabemos que a **condicional é falsa somente no caso V→F**, isto é, somente quando o **precedente é verdadeiro** ao mesmo tempo em que o **subsequente é falso**.

O **gabarito**, portanto, é **ERRADO**.

Gabarito: ERRADO.

(CM Maringá/2017) Uma proposição condicional tem valor falso se ambos, antecedente e consequente, forem falsos.

Comentários:

Da tabela-verdade condicional, sabemos que a **condicional é falsa somente no caso V→F**, isto é, somente quando o **antecedente é verdadeiro** ao mesmo tempo em que o **consequente é falso**.

Gabarito: ERRADO.

Bicondicional (p↔q)

O operador lógico **"se e somente se"** é um conectivo do tipo **bicondicional**. É representado pelo símbolo "↔". Exemplo:

p↔q: "Pedro vai ao parque **se e somente se** Maria vai ao cinema."

A **tabela-verdade da proposição bicondicional** sintetiza os valores lógicos que a proposição composta **p↔q** pode assumir em função dos valores assumidos por **p** e por **q**.



A proposição bicondicional **p↔q** é **verdadeira** somente quando **ambas as proposições apresentam o mesmo valor lógico**.

Bicondicional "se e somente se"		
p	q	p↔q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Vamos exemplificar essa tabela-verdade com um novo exemplo. Considere as proposições:

p: "Hoje é dia 01/09."

q: "Hoje é o primeiro dia do mês de setembro."

p↔q: "Hoje é dia 01/09 **se e somente se** hoje é o primeiro dia do mês de setembro."

Perceba que se **p** e **q** são proposições com valor lógico verdadeiro no exemplo dado, necessariamente a frase "Hoje é dia 01/09 **se e somente se** hoje é o primeiro dia do mês de setembro" é verdadeira. Além disso, se é falso que hoje é dia 01/09 e falso que hoje é o primeiro dia do mês de setembro, a proposição composta continua verdadeira.

Quando somente **p** ou somente **q** forem verdadeiros, chegamos a um absurdo, pois é impossível ser verdade que hoje seja dia 01/09 se hoje não for necessariamente o primeiro dia do mês de setembro. A situação inversa também é absurda, pois não há como ser verdadeiro o fato de hoje ser o primeiro dia do mês de setembro se hoje não for dia 01/09. Assim, o valor lógico da proposição composta é falso.

(CREF 3/2023) No que se refere à lógica proposicional, julgue o item.

A sentença "5+5=5 se, e somente se, 10+10=10" é verdadeira.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

p: "5+5=5"

q: "10+10=10"

Note que, como as proposições **p** e **q** são equações matemáticas, **já podemos assumir que essas proposições são falsas**, pois **5+5 não é igual a 5**, bem como **10+10 não é igual a 10**.

Veja que a proposição composta sugerida pelo enunciado corresponde à bicondicional **p↔q**:

p↔q: "**[**5+5=5**] se, e somente se, [**10+10=10**]**"

Como **ambas as parcelas da bicondicional apresentam o mesmo valor** (**falso**), **é correto afirmar que a bicondicional é verdadeira**.

Gabarito: CERTO.

(CRA PR/2022) Sendo **p**, **q** e **r** três proposições, julgue o item.

Se **p** é uma proposição falsa, então **p↔q** é sempre verdadeira.

Comentários:

A proposição bicondicional **p↔q** é **verdadeira** somente quando **ambas as proposições apresentam o mesmo valor lógico**.

No caso em questão, temos que **p** é falso. Note que, se **q** for verdadeiro, teremos uma bicondicional **V↔F**, que é uma bicondicional falsa.

Logo, **é errado afirmar que**, **sendo p falso**, **a bicondicional p↔q é sempre verdadeira**.

Gabarito: ERRADO.

Formas alternativas de se representar a bicondicional "se e somente se"

Considere novamente as proposições simples:

p: "Pedro vai ao parque."

q: "Maria vai ao cinema."

A forma clássica de se representar a bicondicional **p↔q** é a seguinte:

p↔q: "Pedro vai ao parque **se e somente se** Maria vai ao cinema."

Essa mesma bicondicional **p↔q** pode também ser representada das seguintes formas:

- **p assim como q**.

p↔q: "Pedro vai ao parque **assim como** Maria vai ao cinema."

- **p se e só se q.**

p↔q: "Pedro vai ao parque **se e só se** Maria vai ao cinema."

- **Se p, então q e se q, então p.**

p↔q: "Se Pedro vai ao parque, **então** Maria vai ao cinema **e se** Maria vai ao cinema, **então** Pedro vai ao parque."

- **p somente se q e q somente se p.**

p↔q: "Pedro vai ao parque **somente se** Maria vai ao cinema **e** Maria vai ao cinema **somente se** Pedro vai ao parque."



Perceba que as duas últimas formas apresentadas de se representar a **bicondicional** são geradas por meio de:

1. Aplicação de um conectivo condicional por duas vezes;
2. Inversão das proposições **p** e **q** na segunda aplicação do condicional; e
3. Junção dos condicionais por meio da conjunção **"e"**.

p→q: "Se p, então q."

q→p: "Se q, então p."

p↔q: "Se p, então q e se q, então p."

p→q: "p somente se q."

q→p: "q somente se p."

p↔q: "p somente se q e q somente se p."

Essa representação deriva do fato de que a bicondicional pode ser entendida como a aplicação na condicional "na ida" e a aplicação da condicional "na volta". Veremos na aula equivalências lógicas, se for objeto do seu edital, que as expressões **p↔q** e **(p→q)∧(q→p)** são equivalentes, ou seja, apresentam a mesma tabela-verdade.

p↔q ≡ (p→q)∧(q→p)

(MME/2013) A representação simbólica correta da proposição "O homem é semelhante à mulher assim como o rato é semelhante ao elefante" é

a) P↔Q

b) P

c) P∧Q

d) P∨Q

e) P→Q

Comentários:

Se definirmos as proposições simples **P**: "O homem é semelhante à mulher." e **Q**: "O rato é semelhante ao elefante", o conectivo "**assim como**" une as duas proposições em uma bicondicional **P↔Q**.

P↔Q: "O homem é semelhante à mulher **assim como** o rato é semelhante ao elefante."

Gabarito: Letra A.

(TRF1/2006/ADAPTADA) Se todos os nossos atos têm causa, então não há atos livres e se não há atos livres, então todos os nossos atos têm causa. Logo,

a) alguns atos não têm causa se não há atos livres.

b) todos os nossos atos têm causa se e somente se há atos livres.

c) todos os nossos atos têm causa se e somente se não há atos livres.

d) todos os nossos atos não têm causa se e somente se não há atos livres.

e) alguns atos são livres se e somente se todos os nossos atos têm causa.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

p: "Todos os nossos atos têm causa."

q: "Não há atos livres."

Observe que temos uma **bicondicional** escrita na forma "**se p, então q e se q, então p**":

p↔q: "Se todos os nossos atos têm causa, **então** não há atos livres **e se** não há atos livres, **então** todos os nossos atos têm causa."

Como temos uma bicondicional entre **p** e **q**, podemos escrever:

p↔q: "**[**Todos os nossos atos têm causa**] se e somente se [**não há atos livres**]**."

Gabarito: Letra C.

Condição necessária e suficiente

Em uma bicondicional, dizemos que **p** é **condição necessária e suficiente para q**, bem como dizemos que **q** é **condição necessária e suficiente para p.**

Considere novamente a seguinte bicondicional:

p↔q: "Pedro vai ao parque **se e somente se** Maria vai ao cinema."

Podemos representar essa bicondicional também desses dois modos:

- **p é condição necessária e suficiente para q**

  p↔q: "Pedro ir ao parque **é condição necessária e suficiente para** Maria ir ao cinema."

- **q é condição necessária e suficiente para p**

  p↔q: "Maria ir ao cinema **é condição necessária e suficiente para** Pedro ir ao parque."

Na sequência, realizaremos algumas questões envolvendo os conectivos lógicos. Antes de prosseguir, peço que você **DECORE** o resumo a seguir.



Conjunção (p∧q): é **verdadeira** somente quando **ambas as parcelas são verdadeiras**.
Disjunção Inclusiva (p∨q): é **falsa** somente quando **ambas as parcelas são falsas**.
Disjunção Exclusiva (p$\underline{\vee}$q): é **falsa** somente quando **ambas as parcelas tiverem o mesmo valor lógico**.
Condicional (p→q): é **falsa** somente quando a **primeira parcela é verdadeira** e a **segunda parcela é falsa**.
Bicondicional (p↔q): é **verdadeira** somente quando **ambas as parcelas tiverem o mesmo valor lógico**.

Decorou? Para reforçar ainda mais o aprendizado, tente reproduzir em uma folha as tabelas-verdade dos cinco conectivos sem espiar o material.

Conjunção "e"		
p	q	p∧q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Disjunção Inclusiva "ou"		
p	q	p∨q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Disjunção Exclusiva "ou...ou"		
p	q	p$\underline{\vee}$q
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Condicional "se...então"		
p	q	p→q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Bicondicional "se e somente se"		
p	q	p↔q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Agora vamos resolver algumas questões envolvendo diversos conteúdos vistos nesse tópico. Peço que você não se preocupe ao errar, pois o enfoque, nesse momento, é o aprendizado.



(IPE Saúde/2022) Considere que o valor lógico da sentença **A** é a falsidade, o valor lógico de **B** é a verdade e o valor lógico de **C** é a falsidade. Sobre isso, assinale V, se verdadeiro, ou F, se falso.

( ) **(A∧B)→C**

( ) **(A∨B)↔~C**

( ) **(~A∨B)→C**

A ordem correta de preenchimento dos parênteses, de cima para baixo, é:

a) V – V – V.

b) V – V – F.

c) V – F – V.

d) F – V – F.

e) F – F – F.

Comentários:

Sabemos **A** e **C** são **falsos** e **B** é **verdadeiro**. Com base nisso, vamos analisar as três proposições compostas.

(V) **(A∧B)→C**

Temos uma condicional cujo antecedente é **(A∧B)** e cujo consequente é **C**.

Note que o antecedente é uma conjunção da forma **F∧V.** Trata-se de uma **conjunção falsa**, pois um dos termos da conjunção é falso.

Como o consequente **C** é falso, note que a condicional **(A∧B)→C** apresenta a forma **F→F**. Logo, **temos uma condicional verdadeira**, pois a condicional é falsa somente no caso **V→F**.

(V) **(A∨B)↔~C**

Temos uma bicondicional em que o primeiro termo é **(A∨B)** e o segundo termo é **~C**.

Note que o primeiro termo é disjunção inclusiva da forma **F∨V**. Trata-se de uma disjunção inclusiva verdadeira, pois a disjunção inclusiva é falsa somente no caso **F∨F**.

O segundo termo, **~C**, é a negação de um termo falso. Logo, **~C** é verdadeiro.

Perceba, portanto, que temos uma bicondicional da forma **V↔V**, em que ambos os termos são verdadeiros. Logo, **temos uma bicondicional verdadeira**.

(F) **(~A∨B)→C**

Temos uma condicional cujo antecedente é **(~A∨B)** e cujo consequente é **C**.

Como **A** é falso, temos que **~A** é verdadeiro. Note, portanto, que o antecedente da condicional, **(~A∨B)**, é uma disjunção inclusiva da forma **V∨V**. Trata-se de uma **disjunção inclusiva verdadeira**, pois a disjunção inclusiva é falsa somente no caso **F∨F**.

Como o consequente **C** é falso, note que a condicional **(~A∨B)→C** apresenta a forma **V→F**. Logo, **temos uma condicional falsa**, pois o caso **V→F** é o único caso em que a condicional é falsa.

Logo, a ordem correta de preenchimento dos parênteses, de cima para baixo, é **V – V – F.**

Gabarito: Letra B.

(DPE RS/2023) Sabe-se que a sentença:

"Se a camisa é preta e a calça é branca, então o cinto é marrom ou o sapato é marrom" é FALSA.

É correto afirmar que:

a) Se o cinto é marrom, então o sapato é marrom;

b) Se o sapato não é marrom, então a camisa não é preta;

c) Se a calça é branca, então o sapato é marrom;

d) Se a camisa é preta, então a calça não é branca;

e) Se a camisa é preta, então o cinto é marrom.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

p: "A camisa é preta."

b: "A calça é branca."

c: "O cinto é marrom."

s: "O sapato é marrom

A sentença em questão pode ser descrita como **(p∧b)→(c∨s)**:

(p∧b)→(c∨s): "**Se [**(a camisa é preta**) e (**a calça é branca**)]**, **então [**(o cinto é marrom**) ou (**o sapato é marrom**)]**."

Como a condicional em questão é falsa, o antecedente é verdadeiro e o consequente é falso. Logo:

• **(p∧b)** é verdadeiro; e

• **(c∨s)** é falso.

Para que a conjunção **p∧b** seja verdadeira, ambas as parcelas precisam ser verdadeiras. Logo, **p** é V e **b** é V.

Para que a disjunção inclusiva **c∨s** seja falsa, ambas as parcelas precisam ser falsas. Logo, **c** é F e **s** é F.

Com base nessas informações, vamos avaliar a alternativa que apresenta uma proposição verdadeira.

a) **c→s –** Trata-se da condicional **F→F**, que é uma condicional verdadeira. **Esse é o gabarito**.

b) **~s→~p –** Condicional falsa, pois temos o caso **V→F**.

c) **b→s –** Condicional falsa, pois temos o caso **V→F**.

d) **p→~b –** Condicional falsa, pois temos o caso **V→F**.

e) **p→c –** Condicional falsa, pois temos o caso **V→F**.

Gabarito: Letra A.

(PM SP/2023) São logicamente verdadeiras as seguintes afirmações:

I. Eu sou casado ou eu não sou policial.

II. Eu não tenho filho e eu não sou casado.

A partir dessas informações, pode-se afirmar que

a) eu não sou casado, sou policial e não tenho filho.

b) eu não sou casado, não sou policial e não tenho filho.

c) eu sou casado, sou policial e tenho filho.

d) eu sou casado, não sou policial e tenho filho.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

f: "Eu tenho filho."

c: "Eu sou casado."

p: "Eu sou policial."

Note que a afirmação I pode ser descrita como **c∨~p**:

c∨~p: "**[**Eu sou casado**] ou [**eu **não** sou policial**]**."

Por outro lado, a afirmação II pode ser descrita como **~f∧~c**:

~f∧~c: "**[**Eu **não** tenho filho**] e [**eu **não** sou casado**]**."

Sabemos que **ambas as afirmações são verdadeiras**.

Observe a conjunção **~f∧~c** da afirmação II. Para que ela seja verdadeira, ambas as parcelas precisam ser verdadeiras. Logo, **~f** e **~c** são ambos verdadeiros. Isso significa que **f** é F e **c** é F.

Observe agora a disjunção inclusiva **c∨~p** da afirmação II. Para que ela seja verdadeira, não podemos ter ambos os termos falsos. Como já sabemos que **c** é falso, é necessário que **~p** seja verdadeiro. Logo, **p** é F.

Como todas as proposições simples definidas são falsas, é correto afirmar que **eu não sou casado** (**~c** é verdadeiro), **não sou policial** (**~p** é verdadeiro) e **não tenho filho** (**~f** é verdadeiro).

Gabarito: Letra B.

(PM BA/2020) Observe as duas proposições P e Q apresentadas a seguir.

P: Ana é engenheira.

Q: Bianca é arquiteta.

Considere que Ana é engenheira somente se Bianca é arquiteta e, assinale a alternativa correta.

a) Ana ser engenheira não implica Bianca ser arquiteta

b) Ana ser engenheira é condição suficiente para Bianca ser arquiteta

c) Uma condição necessária para Bianca ser arquiteta é Ana ser engenheira

d) Ana é engenheira se e somente se Bianca não é arquiteta

e) Uma condição necessária para Bianca ser arquiteta é Ana não ser engenheira

Comentários:

Sabemos que o conectivo "**somente se**" corresponde ao conectivo "**se...então**". Logo, o enunciado apresenta a condicional **P→Q**, que pode ser representada das seguintes formas:

P→Q: "[Ana é engenheira**] somente se [**Bianca é arquiteta**]."**

P→Q: "Se [Ana é engenheira**], então [**Bianca é arquiteta**]."**

Vamos **avaliar a alternativa que apresenta outra forma de expressar o condicional P→Q em questão**.

a) Ana ser engenheira não implica Bianca ser arquiteta. ERRADO.

Sabemos que a palavra "**implica**" pode expressar uma condicional. Nesse caso, a condicional **P→Q** pode ser representada corretamente da seguinte forma:

P→Q: "[Ana ser engenheira**] implica [**Bianca ser arquiteta**]."**

A alternativa erra ao escrever "**não implica**".

b) Ana ser engenheira é condição suficiente para Bianca ser arquiteta. CERTO.

Quando temos uma condicional **P→Q**, podemos dizer que:

P é condição **suficiente** para **Q**;

Q é condição **necessária** para **P**.

Uma forma de não trocar condição necessária por suficiente e vice-versa é lembrar que **a palavra "se" aponta para a condição suficiente**.

Para o caso em questão, **P** corresponde a "Ana é engenheira" e **Q** é a proposição "Bianca é arquiteta". Logo, a alternativa B apresenta corretamente a condicional **P→Q**:

P→Q: "Se [Ana é engenheira**], então [**Bianca é arquiteta**]."**

P→Q: **[**Ana ser engenheira**] é condição suficiente para [**Bianca ser arquiteta**]."**

c) Uma condição necessária para Bianca ser arquiteta é Ana ser engenheira. ERRADO.

Podemos reescrever a proposição composta apresentada nessa alternativa do seguinte modo:

"**[**Ana ser engenheira**] é condição necessária para [**Bianca ser arquiteta**]."**

Essa proposição composta pode ser reescrita novamente da seguinte forma:

"**Se [**Bianca é arquiteta**], então [**Ana é engenheira**]."**

Note que essa proposição composta corresponde a **Q→P**.

d) Ana é engenheira se e somente se Bianca não é arquiteta. ERRADO.

A proposição original é uma condicional. Essa alternativa está errada por apresentar o conectivo **bicondicional** "**se e somente se**".

e) Uma condição necessária para Bianca ser arquiteta é Ana não ser engenheira. ERRADO.

Podemos reescrever a proposição composta apresentada nessa alternativa do seguinte modo:

"**[**Ana **não** ser engenheira**] é condição necessária para [**Bianca ser arquiteta**]**."

Essa proposição composta pode ser reescrita novamente da seguinte forma:

"**Se [**Bianca é arquiteta**]**, **então [**Ana **não** é engenheira**]**."

Note que essa proposição composta corresponde a **Q→~P**.

Gabarito: Letra B.

APRESENTAÇÃO DA AULA

Fala, pessoal!

Nessa aula vamos dar continuidade ao assunto de **Estruturas Lógicas**.

Primeiramente, falaremos sobre a **conversão da linguagem natural para a proposicional**. Essa parte da aula é importante, pois a necessidade de transformar a língua portuguesa em linguagem matemática estará presente em todas as aulas de lógica de proposições.

Logo depois será tratado sobre **tabela-verdade**. Nessa parte da matéria, é fundamental o entendimento de como se constrói a tabela.

Para finalizar a aula, falaremos sobre **tautologia, contradição e contingência**.

Como de costume, vamos exibir, no **início de cada tópico**, um pequeno **resumo** para que você tenha uma visão geral do conteúdo antes mesmo de iniciar o assunto.



Conte comigo nessa caminhada =)

Prof. Eduardo Mocellin.

@edu.mocellin

CONVERSÃO DA LINGUAGEM NATURAL PARA A PROPOSICIONAL

Conversão da linguagem natural para a proposicional
Ordem de precedência da negação e dos conectivos
1. Realizar a negação abrangendo o menor enunciado possível (~); **2. Conjunção (∧) e disjunção inclusiva (∨), na ordem em que aparecerem;** **3. Disjunção exclusiva (∨̲);** **4. Condicional (→);** **5. Bicondicional (↔).**
Conversão para a linguagem proposicional
Em regra, os termos "**não é verdade que**" e "**é falso que**" **costumam negar a proposição composta como um todo**.
Análise do significado das proposições
O termo **proposição** é usado para se referir ao **significado** das orações.

Introdução

A língua portuguesa, assim como qualquer linguagem natural, apresenta uma grande variedade de usos, de modo que existem diversas formas de se representar a mesma ideia. Isso faz com que a **língua portuguesa** seja **inexata**.

Para o nosso estudo de Lógica de Proposições, faz-se necessário transformar a língua portuguesa, uma linguagem natural, para a **linguagem proposicional**, que é **exata**.

A representação matemática das proposições é dada por dois fundamentos:

- Uso de letras para representar as proposições simples; e
- Uso de símbolos para representar os conectivos.

Considere, por exemplo, a seguinte frase:

"João é meu amigo, consequentemente empresto dinheiro para ele."

Como podemos descrever essa frase "matematicamente", de modo que possamos trabalhar com a Lógica de Proposições?

Veja que "João ser meu amigo" é a causa, cuja consequência é "emprestar dinheiro para João". Note, portanto, que **a frase em questão nos passa a ideia de uma condicional**. Para descrever essa frase "matematicamente", **precisamos definir duas proposições simples**.

Considere, portanto, as seguintes proposições:

a: "João é meu amigo."

d: "Empresto dinheiro para João."

Note que a frase original pode ser descrita como **"Se a, então d"**, que pode ser representada matematicamente por **a→d**.

a→d: "**Se [**João é meu amigo**]**, **então [**empresto dinheiro para João**]**."

É justamente desse desafio de transformar as frases da língua portuguesa para a linguagem proposicional que vamos tratar no presente tópico.

Ordem de precedência da negação e dos conectivos

Em diversas situações encontramos proposições compostas sem o devido uso dos parênteses. Quando isso ocorre, surgem diversas dúvidas quanto à ordem em que devem ser feitas as operações. Exemplo:

$$\sim p \rightarrow q \wedge r$$

Qual operação deve ser feita primeiro? A condicional ou a conjunção? E a negação, está negando a proposição composta inteira ou apenas **p**? Em resumo, queremos saber a qual das possibilidades a expressão acima se refere:

- **$\sim [p \rightarrow (q \wedge r)]$**
- **$[(\sim p) \rightarrow q] \wedge r$**
- **$(\sim p) \rightarrow (q \wedge r)$**

Para responder a essa pergunta, devemos obedecer à seguinte **ordem de precedência**, ou seja, a **ordem em que os operadores devem ser executados**:



Ordem de precedência da negação e dos conectivos

1. **Realizar a negação abrangendo o menor enunciado possível ($\sim$);**
2. **Conjunção ($\wedge$) e disjunção inclusiva ($\vee$), na ordem em que aparecerem;**
3. **Disjunção exclusiva ($\underline{\vee}$);**
4. **Condicional ($\rightarrow$);**
5. **Bicondicional ($\leftrightarrow$).**

Cumpre destacar que **alguns autores sugerem que a conjunção ($\wedge$) tem precedência com relação à disjunção inclusiva ($\vee$).** Apesar disso, o melhor entendimento a ser levado para a prova é de que as operações de conjunção e disjunção inclusiva devem ser executadas na ordem que aparecerem.

No exemplo dado, "**$\sim p \rightarrow q \wedge r$**", devemos observar que a negação se refere exclusivamente a **p**. Em seguida, realiza-se a conjunção e, por último, a condicional. Desse modo, o exemplo pode ser mais bem escrito da seguinte forma:

$$(\sim p) \rightarrow (q \wedge r)$$

Uso de vírgulas para indicar parênteses

Em alguns casos, as bancas utilizam vírgulas para indicar parênteses nas proposições. Considere a seguinte proposição composta:

"Se Pedro é matemático, então ele passou no vestibular, e hoje ele sabe calcular integrais"

Se definirmos as proposições simples como segue:

p: "Pedro é matemático."

v: "Ele passou no vestibular."

s: "Hoje ele sabe calcular integrais."

A proposição sugerida ficaria da seguinte forma:

$$(p \rightarrow v) \wedge s$$

Caso não houvesse a vírgula indicada em vermelho, a proposição composta seria:

"Se Pedro é matemático, então ele passou no vestibular e hoje ele sabe calcular integrais."

Nesse caso, deveríamos seguir a **ordem de precedência** para montar a proposição composta, de modo que a conjunção deveria ser realizada antes da condicional. O resultado seria o seguinte:

$$p \rightarrow (v \wedge s)$$



(Pref. Farroupilha/2018) Dada a proposição

$$(p \vee \neg q) \rightarrow (p \wedge q)$$

Indique o termo com maior prioridade.

a) $\neg q$

b) p

c) $p \wedge q$

d) $\rightarrow$

e) q

Comentários:

Vimos que, na ordem de precedência, a negação apresenta a maior prioridade.

O **gabarito**, portanto, é **letra A**.

Gabarito: Letra A.

(CRA PR/2019) No que se refere à estrutura lógica, julgue o item.

O valor-verdade da expressão lógica $(2>3) \leftrightarrow (1<0) \rightarrow (3 \neq 4)$ é F

Comentários:

Para acertar a questão, devemos obrigatoriamente utilizar o entendimento de que **a condicional tem precedência em relação à bicondicional**. Nesse caso, a expressão ficaria mais bem representada desta forma:

$$(2>3) \leftrightarrow ((1<0) \rightarrow (3\neq 4))$$

$$(F) \leftrightarrow (F \rightarrow V)$$

$$F \leftrightarrow (V)$$

$$F$$

O **gabarito**, portanto, é **CERTO**.

Caso calculássemos a expressão seguindo diretamente a ordem indicada, o valor final da expressão seria diferente e **não chegaríamos ao gabarito oficial**:

$$((2>3) \leftrightarrow (1<0)) \rightarrow (3\neq 4)$$

$$(F \leftrightarrow F) \rightarrow V$$

$$(V) \rightarrow V$$

$$V$$

Gabarito: CERTO.

(TCU/2004) Suponha que P represente a proposição “Hoje choveu”, Q represente a proposição “José foi à praia” e R represente a proposição “Maria foi ao comércio”. Com base nessas informações, julgue o item seguinte.

A sentença “Hoje não choveu então Maria não foi ao comércio e José não foi à praia” pode ser corretamente representada por:

$$\sim P \rightarrow (\sim R \wedge \sim Q)$$

Comentários:

Observe que a banca omitiu o **"Se"** da condicional apresentada, de modo que podemos entender a sentença original do seguinte modo:

“**Se** hoje não choveu então Maria não foi ao comércio e José não foi à praia”

A principal dúvida que surge na questão é se a sentença apresentada deve ser representada por $(\sim P \rightarrow \sim R) \wedge \sim Q$ ou por $\sim P \rightarrow (\sim R \wedge \sim Q)$.

Como não há qualquer indicativo na frase original de que a condicional deve ser executada primeiro, **devemos seguir a ordem de precedência dos conectivos**, que nos diz que **a conjunção "e" precede a condicional "se...então"**. Nesse caso, a representação correta é $\sim P \rightarrow (\sim R \wedge \sim Q)$:

$\sim P \rightarrow (\sim R \wedge \sim Q)$: “**Se [**hoje **não** choveu**], então [**(Maria **não** foi ao comércio) **e** (José **não** foi à praia)**]**.”

O **gabarito**, portanto, é **CERTO**.

Caso a banca quisesse como resposta **(∼P→∼R)∧∼Q**, ela deveria dar um indicativo de que a condicional deveria ser executada antes. Esse indicativo poderia ser uma vírgula, conforme exemplificado a seguir:

(∼P→∼R)∧∼Q: "**(Se [**hoje **não** choveu**], então [**Maria **não** foi ao comércio**])**, **e (**José **não** foi à praia**).**"

Gabarito: CERTO.

Conversão para a linguagem proposicional

Ao longo do tópico em que os cinco conectivos lógicos foram explicados, realizamos alguns exercícios em que, ao longo da resolução, tivemos que **definir proposições simples** e **transformar uma frase da língua portuguesa para a linguagem de proposições**.

Não existe teoria sobre essa conversão da língua portuguesa para a linguagem proposicional, de modo que realizaremos uma questão como forma de teoria.

(UFRJ/2022) Sejam as proposições "Marcos é ator", "É falso que Marcos é biólogo" e "Marcos é rico". A alternativa que apresenta a correta tradução para a linguagem simbólica da proposição composta "Marcos não é ator e nem biólogo se e somente se Marcos é biólogo ou não é rico" é:

a) $(\sim p \wedge q) \leftrightarrow (\sim q \vee \sim r)$

b) $(\sim p \wedge q) \rightarrow (\sim q \vee \sim r)$

c) $(p \vee \sim q) \leftrightarrow (q \wedge \sim r)$

d) $(\sim p \vee q) \rightarrow (\sim q \vee \sim r)$

e) $(\sim p \wedge \sim q) \rightarrow (q \wedge \sim r)$

Comentários:

Para resolver essa questão, devemos considerar que **p**, **q** e **r** são as seguintes proposições:

p: "Marcos é ator."

q: "**É falso que** Marcos é biólogo."

r: "Marcos é rico."

Note que a proposição **q** é uma **sentença declarativa negativa**, correspondendo a:

q: "Marcos **não** é biólogo."

Sua negação, **∼q**, é uma **sentença declarativa afirmativa**:

∼q: "Marcos é biólogo."

Feita a observação, note que "Marcos **não** é ator e **nem** biólogo." corresponde a **∼p∧q**:

∼p∧q: "**(**Marcos **não** é ator**) e (**Marcos **não** é biólogo**).**"

Além disso, "Marcos é biólogo ou **não** é rico." corresponde a **∼q∨∼r**:

∼q∨∼r: "(Marcos é biólogo**) ou (**Marcos **não** é rico**).**"

Seguindo a ordem de precedência dos conectivos, devemos executar inicialmente a conjunção "e", depois a disjunção inclusiva "ou" e, **por fim**, **a bicondicional** "**se e somente se**". Logo, a proposição procurada é dada por **(~p∧q)↔(~q∨~r)**:

(~p∧q) ↔ (~q∨~r): "**[**(Marcos **não** é ator**)** **e** **(**Marcos **não** é biólogo**)]** **se e somente se** **[**(Marcos é biólogo**)** ou **(**Marcos **não** é rico**)]**."

Gabarito: Letra A.

"Não é verdade que" ou "é falso que" em proposições compostas

É importante que você saiba que, em regra, os termos "**não é verdade que**" e "**é falso que**", quando utilizados em proposições compostas, **costumam negar a proposição composta como um todo**.

(Pref Irauçuba/2022) Considere as proposições a seguir:

• **p**: Ana fala inglês;

• **q**: Ana fala alemão;

• **r**: Ana fala português.

A linguagem simbólica da proposição "**t**: É falso que Ana fala alemão ou português, mas que não fala inglês" é:

a) ~q∨~r∧~p

b) ~(q∨r)∧p

c) ~((q∨r)∧~p)

d) ~((q∨r)∧p)

Comentários:

Lembre-se de que a palavra "**mas**" corresponde à **conjunção** "**e**".

Nesse caso, perceba que "**Ana fala alemão ou português, mas não fala inglês**" pode ser descrita como **(q∨r)∧~p**:

(q∨r)∧~p: "**(**[Ana fala alemão**]** **ou** **[**(Ana fala) português**])**, **mas** **(não** fala inglês**)**"

O termo "**é falso que**" no início nega a proposição composta como um todo. Logo, a proposição composta em questão corresponde a **~(**(q∨r)∧~p**)**:

~((q∨r)∧~p): "**É falso que {(**[Ana fala alemão**]** **ou** **[**(Ana fala) português**])**, **mas** **(**(que) **não** fala inglês**)}**"

Gabarito: Letra C.

(CAU AC/2019) Considere as proposições a seguir.

p: Tony fala inglês;

q: Antônio fala português.

Qual é a tradução para a linguagem corrente da proposição **~(p ∧~q)**?

a) Não é verdade que Tony fala inglês e que Antônio não fala português.

b) Tony fala inglês e Antônio não fala português.

c) Não é verdade que Tony fala inglês e que Antônio fala português.

d) Tony fala inglês ou Antônio não fala português.

e) Se Tony fala inglês, então Antônio fala português.

Comentários:

Temos que as proposições simples que compõem a proposição composta requerida são:

p: "Tony fala inglês."

~q: "Antônio **não** fala português."

A proposição composta antes da negação é dada por:

p ∧~q: "(Tony fala inglês**) e (**Antônio **não** fala português**)**."

Para negar essa última proposição composta e chegarmos a **~(p∧~q)**, podemos incluir o termo "**não é verdade que**" no início da proposição composta:

~(p ∧~q): "**Não é verdade que [(**Tony fala inglês**) e (**Antônio **não** fala português**)]**."

Observação: Será visto na aula de equivalências lógicas, se for pertinente ao seu edital, que **existe uma outra forma de negar essa proposição composta** utilizando as **Leis de De Morgan**.

Gabarito: Letra A.

Análise do significado das proposições

Em algumas questões, as bancas colocam frases em que não são apresentados os conectivos da maneira que aprendemos até então.

Para resolver esse tipo de problema, devemos saber que:

O termo **proposição** é usado para se referir ao **significado** das orações.

Isso quer dizer que a proposição **não depende de como tenha sido feita a construção de tais sentenças na língua escrita**. Se frases escritas de modo diferente são proposições e têm o mesmo significado, então essas proposições são iguais! Isso significa que as três frases abaixo são exatamente a mesma proposição:

- **p:** "João bebeu café."
- **p**: "O café foi bebido por João."
- **p: "***John drank coffee.***"** (Em português: João bebeu café.)



Utilize esse entendimento de analisar o significado das proposições como **último recurso**.

Quando em uma questão aparecer os **conectivos tradicionais**, não fique tentando entender o significado da proposição composta. Apenas aplique a regra.

Exemplo: se em alguma questão aparecer uma proposição da forma "**q, pois p**", já sabemos que ocorre inversão entre o antecedente e o consequente. Logo, sem realizarmos qualquer interpretação, já sabemos que "**q, pois p**" é a condicional **p→q**.

Vejamos na prática a necessidade de se entender o significado da proposição:

(Pref São Cristóvão/2023) Considerando p e q como as proposições "Eu estudo para um concurso." e "Eu me dedico com afinco." e os símbolos ∧, ∨, → e ↔ como os conectivos lógicos "e", "ou", "se ..., então..." e "se, e somente se,", respectivamente, assinale a opção que apresenta a estrutura, na lógica proposicional, da proposição "Ao estudar para um concurso, eu me dedico com afinco.".

a) **p∧q**

b) **p↔q**

c) **p∨q**

d) **p→q**

Comentários:

Note que **na proposição** "**Ao estudar para um concurso, eu me dedico com afinco.**" **não há nenhum conectivo conhecido**.

Para resolver essa questão, você deve entender que "**estudar para um concurso**" **é a causa** cuja **consequência** é "**eu me dedico com afinco**".

Nesse caso, **devemos interpretar essa proposição como se fosse uma condicional** "**se...então**":

"**Se [**eu estudo para um concurso**]**, **então [**eu me dedico com afinco**]**."

Logo, a proposição em questão corresponde à condicional **p→q**.

Gabarito: Letra D.



(IBAMA/2013) **P4**: Se o atual aquecimento global é apenas mais um ciclo do fenômeno, como a presença humana no planeta é recente, então a presença humana no planeta não é causadora do atual aquecimento global.

A proposição **P4** é logicamente equivalente a "Como o atual aquecimento global é apenas mais um ciclo do fenômeno e a presença humana no planeta é recente, a presença humana no planeta não é causadora do atual aquecimento global".

Comentários:

Vamos nos concentrar na proposição **P4** original. Podemos identificar que há ao menos um condicional nela, por conta da presença do conectivo "**se...então**".

> **P4**: "**Se** o atual aquecimento global é apenas mais um ciclo do fenômeno, **como** a presença humana no planeta é recente, **então** a presença humana no planeta não é causadora do atual aquecimento global."

Porém, uma dúvida que pode surgir é: e aquele "**como**"? Seria esse "**como**" uma condicional da forma não usual "**como**... **então**"? Será que a frase "como a presença humana no planeta é recente" pode ser ignorada?

Para resolver o problema, nessa questão devemos nos recordar que o termo **proposição** é usado para se referir ao **significado** das orações.

Observe que o **antecedente** é composto por **duas causas**: "o atual aquecimento global é apenas mais um ciclo do fenômeno" e "a presença humana no planeta é recente".

A **consequência dessas duas causas**, que é o consequente da condicional, é: "a presença humana no planeta não é causadora do atual aquecimento global. "

Nesse caso, a proposição **P4** pode ser reescrita da seguinte forma:

> **P4**:"**Se** [o atual aquecimento global é apenas mais um ciclo do fenômeno, como a presença humana no planeta é recente], **então** [a presença humana no planeta não é causadora do atual aquecimento global]."

P4:"**Se** [(o atual aquecimento global é apenas mais um ciclo do fenômeno) **e** (a presença humana no planeta é recente)], **então** [a presença humana no planeta não é causadora do atual aquecimento global]."

Outra forma de se escrever esse condicional é utilizar a forma "**Como *p*, *q***":

> **P4**:"**Como** [(o atual aquecimento global é apenas mais um ciclo do fenômeno) **e** (a presença humana no planeta é recente)],[a presença humana no planeta não é causadora do atual aquecimento global]."

Gabarito: CERTO.

TABELA-VERDADE

Tabela-verdade
Número de linhas = 2^n, **n** proposições simples **distintas**. O operador de **negação "~" não altera** o número de linhas. **Passo 1:** determinar o número de linhas da tabela-verdade. **Passo 2**: desenhar o esquema da tabela-verdade. **Passo 3:** atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada. **Passo 4:** obter o valor das demais proposições.

Definição de tabela-verdade

A **tabela-verdade** é uma ferramenta utilizada para **determinar todos os valores lógicos (V ou F) assumidos por uma proposição composta em função dos valores lógicos atribuídos às proposições simples que a compõem.**

Exemplo: queremos **determinar os valores lógicos assumidos pela proposição composta a seguir em função dos valores atribuídos a p, q e r.**

$$\sim (p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow q)$$

Para isso, veremos que um dos passos necessários é listar todas as possibilidades que **p**, **q** e **r** podem assumir em conjunto. Nesse caso, serão oito possibilidades de combinações:

p	*q*	*r*
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

Uma vez listadas todas as combinações de valores lógicos possíveis para **p**, **q** e **r**, a tabela-verdade é uma ferramenta que nos permitirá encontrar todos os valores lógicos assumidos pela expressão **~ (p→~q) V (~r→q)**.

Para o da primeira linha (onde **p**, **q** e **r** assumem o valor verdadeiro), veremos que a proposição composta do exemplo assumirá o valor V. Para o caso da quarta linha (V, F, F) veremos que o valor assumido por **~ (p→~q) V (~r→q)** será falso.

Número de linhas de uma tabela-verdade



Se uma proposição for composta por n **proposições simples distintas**, o número de **linhas da tabela-verdade será 2^n.**

O operador de negação "~" em nada altera o número de linhas da tabela-verdade.

Vamos continuar com o mesmo exemplo anterior: queremos determinar os valores lógicos assumidos pela proposição composta a seguir em função dos valores atribuídos a **p**, **q** e **r**.

~ (p→~q) V (~r→q)

Como cada proposição simples **p**, **q** e **r** admite dois valores lógicos (V ou F), cada uma dessas três proposições pode assumir somente 2 valores. Assim, o total de combinações dado por:

$$2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$$

O número de possíveis combinações para **p**, **q** e **r** será exatamente o número de linhas da tabela-verdade do exemplo.

p	*q*	*r*
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

Observe que a inserção do operador de negação "~" na expressão **~(p→~q)V(~r→q)** em nada alterou o número de linhas da tabela-verdade.

Podemos generalizar o resultado, dizendo que se uma proposição for composta por n proposições simples, **o número total de linhas da tabela-verdade será o número 2 multiplicado n vezes, ou seja, 2^n**.

$$2 \times 2 \times 2 \times \ldots \times 2 = 2^n$$

Pessoal, são inúmeras as questões que cobram diretamente o número de linhas da tabela-verdade de uma proposição composta.



(PM SC/2023) **((P∧S)→(Q∨R))→((~R∨P)→(~Q∨~S)**

O número de linhas da tabela-verdade da proposição lógica precedente é igual a

a) 2

b) 4

c) 8

d) 16

e) 32

Comentários:

Para resolver a questão, vamos assumir que **P**, **Q**, **R** e **S** são proposições simples. Seria melhor que a questão tivesse explicitado isso.

Note que, na proposição composta apresentada, temos um total de $n = 4$ **proposições simples distintas**: **P**, **Q**, **R** e **S**. Portanto, o número de linhas da tabela-verdade é:

$$2^n = 2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

Gabarito: Letra D.

(ISS Fortaleza/2023) **P**: "Se a pessoa trabalha com o que gosta e está de férias, então é feliz ou está de férias."

Considerando a proposição **P** precedente, julgue o item seguinte.

O número de linhas da tabela-verdade associada à proposição **P** é inferior a 10.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

t: "A pessoa trabalha com o que gosta."

f: "A pessoa está de férias."

z: "A pessoa é feliz."

Note que a proposição composta **P** pode ser descrita por **(t∧f)→(z∨f)**:

(t∧f)→(z∨f): "**Se [**(a pessoa trabalha com o que gosta**) e** (está de férias**)]**, **então [**(é feliz**) ou** (está de férias**)]**."

Note que, na proposição composta apresentada, temos um total de $n = 3$ **proposições simples distintas**: **t**, **f** e **z**. Portanto, o número de linhas da tabela-verdade é:

$$2^n = 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

Logo, o número de linhas da tabela-verdade associada à proposição P é **inferior a 10**.

Gabarito: CERTO.

Construção de uma tabela-verdade

No resumo do início do tópico, indicamos que há **quatro passos** para a estruturação da tabela verdade. Agora veremos em detalhes como utilizá-los na prática, tendo como exemplo a proposição composta **~(p→~q)V(~r→q)**.

Passo 1: determinar o número de linhas da tabela-verdade

A proposição **~(p→~q)V(~r→q)** é composta por três proposições simples distintas: **p, q** e **r**. Logo o número de linhas da nossa tabela-verdade será:

$$2^n = 2^3 = 8$$

Passo 2: desenhar o esquema da tabela-verdade

Antes de desenharmos a estrutura da tabela-verdade, precisamos **fragmentar a proposição composta em partes** para entendermos as operações necessárias para se chegar ao resultado desejado: **~(p→~q)V(~r→q)**. Para tanto, **utilizaremos uma "engenharia reversa"**, isto é, partindo desta proposição composta aparentemente complexa, chegaremos nas proposições simples (**p**, **q** e **r**). Este passo é fundamental, pois organiza o raciocínio de maneira simples e fácil.

Observe como aplicar esta "engenharia reversa":

Para determinar **~(p→~q)V(~r→q)**, precisamos obter **~(p→~q)** e **(~r→q)**.

Para determinar **~ (p→~q)**, precisamos obter **(p→~q)**.

Para determinar **(p→~q)**, precisamos obter **p** e **~q**.

Para determinar **~q**, precisamos obter **q**.

Para determinar **(~r→q)**, precisamos obter **~r** e **q**.

Para determinar **~r**, precisamos obter **r**.

Feita a "engenharia reversa", basta desenhar o esquema da tabela. O número de colunas que corresponderá a cada fragmento que importa para a resolução do exercício: as proposições simples, as negações

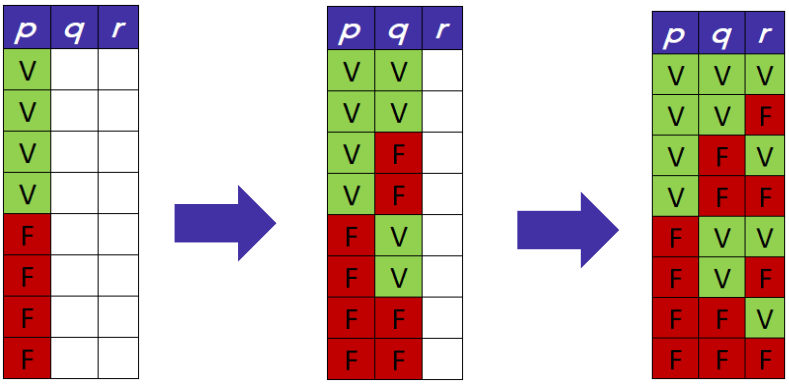
necessárias, as proposições compostas necessárias e, se for o caso, suas negações, até chegarmos na proposição composta mais complexa.

O número de linhas corresponde ao passo 1, isto é, 2^n, sendo n o número de proposições simples. No presente caso, temos 3 proposições simples, **p, q** e **r**, portanto, teremos 8 linhas na tabela-verdade. Vejamos:

p	q	r	~q	~r	(p →~q)	~(p →~q)	(~r→q)	~(p →~q)∨(~r→q)

Passo 3: atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada

No terceiro passo, devemos atribuir os valores V ou F às proposições simples (**p**, **q** e **r**) de modo a obter todas as combinações possíveis. O melhor método para fazer isso é conferir os valores lógicos de maneira alternada, conforme demonstrado abaixo:



A nossa tabela fica da seguinte forma:

p	q	r	~q	~r	(p →~q)	~(p →~q)	(~r→q)	~(p →~q)∨(~r→q)
V	V	V						
V	V	F						
V	F	V						
V	F	F						
F	V	V						
F	V	F						
F	F	V						
F	F	F						

Passo 4: obter o valor das demais proposições

Para obter o valor da proposição final, devemos realizar as operações necessárias à solução do caso dado - considerando as cinco operações básicas com os conectivos e a operação de negação.

Vamos agora partir para a solução do nosso exemplo. Para fins didáticos, veremos cada etapa da resolução separadamente em tabelas individualizadas. Na prática você só fará uma tabela e preencherá com os valores lógicos encontrados.

Em cada etapa, para que você possa visualizar as operações de modo individualizado, **a coluna pintada em azul corresponderá aos valores lógicos que queremos determinar** e as **colunas em amarelo são aquelas que estamos utilizando como referência para a operação**.

Obtenção de **~q** realizando a negação de **q**:

p	*q*	*r*	~*q*	~*r*	(*p* →~*q*)	~(*p* →~*q*)	(~*r*→q)	~(*p* →~*q*)∨(~r→q)
V	V	V	F					
V	V	F	F					
V	F	V	V					
V	F	F	V					
F	V	V	F					
F	V	F	F					
F	F	V	V					
F	F	F	V					

Obtenção de **~r** realizando a negação de **r**:

p	*q*	*r*	~*q*	~*r*	(*p* →~*q*)	~(*p* →~*q*)	(~*r*→q)	~(*p* →~*q*)∨(~r→q)
V	V	V	F	F				
V	V	F	F	V				
V	F	V	V	F				
V	F	F	V	V				
F	V	V	F	F				
F	V	F	F	V				
F	F	V	V	F				
F	F	F	V	V				

Obtenção de (**p→~q**) por meio das colunas **p** e **~q**. Observe que a condicional só será falsa quando **p** for verdadeiro e **~q** for falso:

p	*q*	*r*	~*q*	~*r*	(*p* →~*q*)	~(*p* →~*q*)	(~*r*→q)	~(*p* →~*q*)∨(~r→q)
V	V	V	F	F	F			
V	V	F	F	V	F			
V	F	V	V	F	V			
V	F	F	V	V	V			
F	V	V	F	F	V			
F	V	F	F	V	V			
F	F	V	V	F	V			
F	F	F	V	V	V			

Obtenção de **~(p→~q)** por meio da negação de **(p→~q)**.

p	q	r	~q	~r	(p →~q)	~(p →~q)	(~r→q)	~(p →~q)V(~r→q)
V	V	V	F	F	F	V		
V	V	F	F	V	F	V		
V	F	V	V	F	V	F		
V	F	F	V	V	V	F		
F	V	V	F	F	V	F		
F	V	F	F	V	V	F		
F	F	V	V	F	V	F		
F	F	F	V	V	V	F		

Obtenção de **(~r→q)** por meio das colunas **~r** e **q**. Observe que a condicional só será falsa quando **~r** for verdadeiro e **q** for falso:

p	q	r	~q	~r	(p →~q)	~(p →~q)	(~r→q)	~(p →~q)V(~r→q)
V	V	V	F	F	F	V	V	
V	V	F	F	V	F	V	V	
V	F	V	V	F	V	F	V	
V	F	F	V	V	V	F	F	
F	V	V	F	F	V	F	V	
F	V	F	F	V	V	F	V	
F	F	V	V	F	V	F	V	
F	F	F	V	V	V	F	F	

Obtenção de **~(p→~q)V(~r→q)** por meio das colunas **~(p→~q)** e **(~r→q)**. Observe que a disjunção será falsa somente quando **~(p→~q)** for falso e **(~r→q)** for falso:

p	q	r	~q	~r	(p →~q)	~(p →~q)	(~r→q)	~(p →~q)V(~r→q)
V	V	V	F	F	F	V	V	V
V	V	F	F	V	F	V	V	V
V	F	V	V	F	V	F	V	V
V	F	F	V	V	V	F	F	F
F	V	V	F	F	V	F	V	V
F	V	F	F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	F	V	F	V	V
F	F	F	V	V	V	F	F	F

Finalmente finalizamos a tabela-verdade de **~(p→~q)V(~r→q)**. Perceba que ela nos diz que essa **proposição composta final** só é falsa em dois casos:

- **p** é verdadeiro e **q** e **r** são falsos; e
- **p**, **q** e **r** são falsos.

p	q	r	$\sim q$	$\sim r$	$(p \rightarrow \sim q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q)$	$(\sim r \rightarrow q)$	$\sim(p \rightarrow \sim q) \vee (\sim r \rightarrow q)$
V	V	V	F	F	F	V	V	V
V	V	F	F	V	F	V	V	V
V	F	V	V	F	V	F	V	V
V	F	F	V	V	V	F	F	F
F	V	V	F	F	V	F	V	V
F	V	F	F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	F	V	F	V	V
F	F	F	V	V	V	F	F	F



(IBGE/2021) Considere a seguinte proposição **P**:

"Se produz as informações de que o Brasil necessita, o IBGE ajuda o país a estabelecer políticas públicas e justifica o emprego dos recursos que lhe são destinados."

Verifica-se que a quantidade de linhas da tabela-verdade da proposição **P** que apresentam valor lógico F é igual a

a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

e) 5

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

p: "O IBGE produz as informações de que o Brasil necessita."

a: "O IBGE ajuda o país a estabelecer políticas públicas."

j: "O IBGE justifica o emprego dos recursos que lhe são destinados."

Note que **a proposição P é uma condicional** em que se omite o "**então**", podendo ser escrita como **p→(a∧j)**.

p→(a∧j): "**Se** [produz as informações de que o Brasil necessita], [(o IBGE ajuda o país a estabelecer políticas públicas) **e** (justifica o emprego dos recursos que lhe são destinados)]."

Vamos construir a tabela-verdade de **p → a∧j**.

Passo 1: determinar o número de linhas da tabela-verdade.

Temos um total de 3 proposições simples distintas. Portanto, o número de linhas da tabela-verdade é:

$$2^3 = 8$$

Passo 2: desenhar o esquema da tabela-verdade.

Note que:

Para determinar **p→a∧j**, precisamos obter **p** e **a∧j**.

Para determinar **a∧j**, precisamos obter **a** e **j**.

Logo, temos o seguinte esquema da tabela-verdade:

p	a	j	a∧j	p→a∧j

Passo 3: atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada.

p	a	j	a∧j	p→a∧j
V	V	V		
V	V	F		
V	F	V		
V	F	F		
F	V	V		
F	V	F		
F	F	V		
F	F	F		

Passo 4: obter o valor das demais proposições.

A conjunção **a∧j** é verdadeira somente para os casos em que **a** é verdadeiro e **j** é verdadeiro. Nos outros casos, **a∧j** é falso.

p	a	j	a∧j	p→a∧j
V	V	V	V	
V	V	F	F	
V	F	V	F	
V	F	F	F	
F	V	V	V	
F	V	F	F	
F	F	V	F	
F	F	F	F	

A condicional **p→aΛj** só e falsa quando o antecedente **p** é verdadeiro e o consequente **aΛj** é falso. Nos demais casos, a condicional é verdadeira.

p	a	j	aΛj	p→aΛj
V	V	V	V	V
V	V	F	F	F
V	F	V	F	F
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	V	F	F	V
F	F	V	F	V
F	F	F	F	V

Note, portanto, que **a quantidade de linhas da tabela-verdade de p→aΛj que apresentam valor lógico F é igual a 3**.

p	a	j	aΛj	p→aΛj
V	V	V	V	V
V	V	F	F	F
V	F	V	F	F
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	V	F	F	V
F	F	V	F	V
F	F	F	F	V

Gabarito: Letra C.

(IPE Saúde/2022) A tabela-verdade da proposição **((pΛq)→~r)↔q** está incompleta.

p	q	r	$p \wedge q$	~r	$(p \wedge q) \rightarrow \sim r$	$((p \wedge q) \rightarrow \sim r) \leftrightarrow q$
V	V	V	V	F	F	F
V	V	F	V	V	V	?
V	F	V	F	F	V	F
V	F	F	F	V	V	?
F	V	V	F	F	V	V
F	V	F	F	V	V	?
F	F	V	F	F	V	?
F	F	F	F	V	V	F

Os valores lógicos que completam a tabela considerando a ordem, de cima para baixo, são:

a) V – F – V – F.

b) F – V – F – V.

c) F – V – V – V.

d) V – V – F – F.

e) V – F – F – F.

Comentários:

Veja que, na questão apresentada, já temos a tabela-verdade construída. Faz-se necessário completar alguns valores lógicos identificados com um ponto de interrogação.

Note que os valores lógicos da última coluna da tabela-verdade da proposição **((p∧q)→~r)↔q** dependem das colunas referentes às proposições **((p∧q)→~r)** e **q**.

p	q	r	$p \wedge q$	~r	$(p \wedge q) \rightarrow \sim r$	$((p \wedge q) \rightarrow \sim r) \leftrightarrow q$
V	V	V	V	F	F	F
V	V	F	V	V	V	?
V	F	V	F	F	V	F
V	F	F	F	V	V	?
F	V	V	F	F	V	V
F	V	F	F	V	V	?
F	F	V	F	F	V	?
F	F	F	F	V	V	F

Sabemos que a bicondicional **((p∧q)→~r)↔q** é **verdadeira** para os casos em que as parcelas **((p∧q)→~r)** e **q** apresentam o mesmo valor lógico.

p	q	r	$p \wedge q$	~r	$(p \wedge q) \rightarrow \sim r$	$((p \wedge q) \rightarrow \sim r) \leftrightarrow q$
V	V	V	V	F	F	F
V	V	F	V	V	V	V
V	F	V	F	F	V	F
V	F	F	F	V	V	?
F	V	V	F	F	V	V
F	V	F	F	V	V	V
F	F	V	F	F	V	?
F	F	F	F	V	V	F

Por outro lado, a bicondicional **((p∧q)→~r)↔q** é **falsa** para os casos em que as parcelas **((p∧q)→~r)** e **q** apresentam valores lógicos distintos.

p	q	r	$p \wedge q$	~r	$(p \wedge q) \rightarrow \sim r$	$((p \wedge q) \rightarrow \sim r) \leftrightarrow q$
V	V	V	V	F	F	F
V	V	F	V	V	V	V
V	F	V	F	F	V	F
V	F	F	F	V	V	F
F	V	V	F	F	V	V
F	V	F	F	V	V	V
F	F	V	F	F	V	F
F	F	F	F	V	V	F

Logo, os valores lógicos que completam a tabela são:

V – F – V – F

Gabarito: Letra A.

(POLC AL/2023) Considere-se que as primeiras três colunas da tabela-verdade da proposição lógica **(Q∨R)∧P** sejam iguais a:

P	Q	R
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

Nessa situação, a última coluna dessa tabela-verdade apresenta valores V ou F, tomados de cima para baixo, na seguinte sequência:

V V V F V V F F

Comentários:

Devemos obter a tabela-verdade de **(Q∨R)∧P**.

Perceba que o **Passo 1**, "determinar o número de linhas da tabela-verdade", já está feito. O mesmo ocorre com o **Passo 3**, "atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada".

Passo 2: desenhar o esquema da tabela-verdade.

Para determinar **(Q∨R)∧P** precisamos obter **(Q∨R)** e **P**.

Para determinar **Q∨R**, precisamos obter **Q** e **R.**

Logo, temos o seguinte esquema da tabela-verdade:

P	Q	R	Q∨R	(Q∨R)∧P
V	V	V		
V	V	F		
V	F	V		
V	F	F		
F	V	V		
F	V	F		
F	F	V		
F	F	F		

Passo 4: obter o valor das demais proposições.

A disjunção inclusiva **(Q∨R)** é falsa quando **Q** e **R** são ambos falsos. Nos demais casos, a disjunção inclusiva **(Q∨R)** é verdadeira.

P	Q	R	Q∨R	(Q∨R)∧P
V	V	V	V	
V	V	F	V	
V	F	V	V	
V	F	F	F	
F	V	V	V	
F	V	F	V	
F	F	V	V	
F	F	F	F	

A conjunção **(Q∨R)∧P** é verdadeira somente quando ambas as parcelas **(Q∨R)** e **P** são verdadeiras. Nos demais casos, a conjunção **(Q∨R)∧P** é falsa.

P	Q	R	Q∨R	(Q∨R)∧P
V	V	V	V	V
V	V	F	V	V
V	F	V	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	F
F	V	F	V	F
F	F	V	V	F
F	F	F	F	F

Note que a última coluna da tabela-verdade da proposição composta **(Q∨R)∧P** apresenta valores V ou F, tomados de cima para baixo, na seguinte sequência: **V V V F F F F F** . O **gabarito**, portanto, é **ERRADO**.

Gabarito: ERRADO.

TAUTOLOGIA, CONTRADIÇÃO E CONTINGÊNCIA

Tautologia, contradição e contingência

Tautologia é uma proposição cujo **valor lógico da tabela-verdade é sempre verdadeiro**.
Contradição é uma proposição cujo **valor lógico da tabela-verdade é sempre falso**.
Contingência é uma proposição cujo valor lógico pode ser **tanto V quanto F**, dependendo diretamente dos valores atribuídos às proposições simples que a compõem.

p V~ p é uma **tautologia**
p Λ~ p é uma **contradição**

Método da tabela-verdade

- Se na última coluna da tabela-verdade obtivermos **apenas valores verdadeiros**, trata-se de uma **tautologia**;
- Se na última coluna da tabela-verdade obtivermos **apenas valores falsos**, trata-se de uma **contradição**;
- Se na última coluna da tabela-verdade obtivermos **valores verdadeiros e falsos** (**V** e **F**), trata-se de uma **contingência**.

Método da prova por absurdo

Primeiro passo: partir da hipótese de que a proposição é uma **tautologia** ou então de que a proposição é uma **contradição**.

Se nós suspeitarmos que a proposição composta é uma **tautologia**, devemos seguir o seguinte procedimento:
- Tentar aplicar o valor lógico **falso** à proposição. Dessa tentativa, há duas possibilidades:
  - **Se for possível que a proposição seja falsa**, sabemos que **não é uma tautologia**. Nesse caso, a proposição **pode ser contradição ou contingência**; ou
  - **Se nessa tentativa chegarmos a algum absurdo**, isso significa que a proposição nunca poderá ser falsa e, portanto, **é uma tautologia** (sempre verdadeira).

Por outro lado, se nós suspeitarmos que a proposição composta é uma **contradição**, devemos seguir o seguinte procedimento:
- Tentar aplicar o valor lógico **verdadeiro** à proposição. Dessa tentativa, há duas possibilidades:
  - **Se for possível que a proposição seja verdadeira**, sabemos que **não é uma contradição**. Nesse caso, a proposição **pode ser tautologia ou contingência**; ou
  - **Se nessa tentativa chegarmos a algum absurdo**, isso significa que a proposição nunca poderá ser verdadeira e, portanto, **é uma contradição** (sempre falsa).

Se for possível que a proposição seja falsa e também for possível que a proposição seja verdadeira, não teremos uma tautologia nem teremos uma contradição. Nesse caso, a proposição em questão é uma **contingência**!

Implicação

Dizemos que uma proposição **p implica q** quando **a condicional p→q é uma tautologia**. A representação da afirmação "**p implica q**" é representada por **p ⇒ q**.

Introdução

Inicialmente, vamos conhecer os conceitos de **tautologia**, **contradição** e **contingência**:

- **Tautologia** é uma proposição cujo **valor lógico da tabela-verdade é sempre verdadeiro**.
- **Contradição** é uma proposição cujo **valor lógico da tabela-verdade é sempre falso**.
- **Contingência** é uma proposição cujos valores lógicos podem ser **tanto V quanto F**, dependendo diretamente dos valores atribuídos às proposições simples que a compõem.

Com base nesses conceitos, vamos resolver uma questão:

(ALMG/2023) Considere as tabelas-verdade I, II e III a seguir:

TABELA I

p	q	p ∧ q	~(p∨q)	~p	~q	~p ∨ ~q	~(p∧q)⇔(~p ∨ ~q)
V	V	V	F	F	F	F	V
V	F	F	V	F	V	V	V
F	V	F	V	V	F	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V

TABELA II

p	q	~p	~q	p ∧ ~q	~p ∨ q	(p ∧ ~q)⇔(~p ∨ q)
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	F	V	F
F	F	V	V	V	F	F

TABELA III

p	q	p ∨ q	p ∨ q⇔p
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	F	F
F	F	V	V

É CORRETO afirmar que:

a) A tabela I representa uma contradição.

b) A tabela I representa uma tautologia.

c) As tabelas I e III representam uma contradição.

d) As tabelas II e III representam uma tautologia.

Comentários:

Observe que:

• A última coluna da tabela I mostra que a proposição **~(p∧q)↔(~p∨~q)** é **sempre verdadeira**. Logo, **a tabela I representa uma tautologia**.

• A última coluna da tabela II mostra que a proposição **(p∧~q)↔(~p∨q)** é **sempre falsa**. Logo, **a tabela II representa uma contradição**.

• A última coluna da tabela III mostra que a proposição **p∨q↔p pode ser tanto V quanto F**. Logo, **a tabela III representa uma contingência**.

O **gabarito**, portanto, é **letra B**.

Gabarito: Letra B.

Existe uma tautologia e uma contradição que você necessariamente precisa conhecer, pois elas aparecem muito em prova:



p∨~p é uma **tautologia**

p∧~p é uma **contradição**

Conforme pode ser observado nas tabelas-verdade a seguir, note que **p∨~p** é sempre verdadeiro e **p∧~ p** é sempre falso.

p	~p	p∨~p
V	F	V
F	V	V

p	~p	p∧~p
V	F	F
F	V	F

(CAU TO/2023) A respeito de estruturas lógicas, julgue o item.

A proposição “A Terra é plana ou a Terra não é plana” é uma tautologia.

Comentários:

Considere a seguinte proposição simples:

p: "A Terra é plana."

Note que a proposição composta sugerida pelo enunciado pode ser descrita por **p∨~p**:

p∨~p: “**[**A Terra é plana**] ou [**a Terra **não** é plana**]**.”

Conforme acabamos de ver, proposições da forma **p∨~p** são sempre verdadeiras e, portanto, **a proposição composta em questão é uma tautologia**.

Gabarito: CERTO

Quando duas proposições assumem valores lógicos necessariamente iguais, dizemos que as **proposições são equivalentes.** Ressalto que trataremos sobre equivalências lógicas em aula futura. Nesse momento, quero que você sabia que representação da equivalência lógica é dada utilizando o símbolo "**≡**" ou "**⇔**”.

Podemos representar a tautologia por uma proposição genérica de símbolo "T" ou pela letra **t**. Essa proposição genérica tem o valor lógico verdadeiro independentemente de quaisquer condições. Assim:

p ∨~p ≡ t

Informalmente, costuma-se representar essa proposição sempre verdadeira com o valor lógico V.

$$p \vee \sim p \equiv V$$

De modo análogo, a contradição é representada pela proposição genérica de símbolo "$\perp$" ou pela letra **c**. Essa proposição genérica tem valor lógico falso independentemente de quaisquer condições. Assim:

$$p \wedge \sim p \equiv c$$

Informalmente, costuma-se representar essa proposição sempre falsa com o valor lógico F.

$$p \wedge \sim p \equiv F$$



Em algumas questões de Lógica de Proposições, vamos utilizar, **informalmente**, as letras **c** e **t** para representar proposições simples quaisquer, sem que elas sejam uma tautologia ou uma contradição.

Por exemplo, poderíamos utilizar a letra **t** para representar a proposição "Tiago é engenheiro".

Ressalto que, quando utilizarmos a letra **c** ou a letra **t** para nos referirmos a contradições ou a tautologias, essa utilização estará muito clara.

As tautologias e as contradições nem sempre são fáceis de se identificar.

Para descobrirmos se uma proposição composta é uma tautologia, uma contradição ou uma contingência, podemos utilizar três métodos: **método da tabela-verdade**, **método do absurdo** ou **equivalências lógicas/álgebra de proposições**.

Para ilustrar os **dois primeiros métodos**, vamos utilizar um exemplo. Queremos verificar se a seguinte proposição é uma **tautologia**, uma **contradição** ou uma **contingência**:

$$[(p \wedge q) \wedge r] \rightarrow [p \leftrightarrow (q \vee r)]$$

O **terceiro método**, se for relevante para a sua prova, será abordado na aula de Equivalências Lógicas.

Método da tabela-verdade

Vamos construir a tabela-verdade da proposição **[(p∧q)∧r]→[p↔(q∨r)]** seguindo os quatro passos vistos no tópico anterior.

Perceba que, pelas definições de **tautologia**, **contradição** e **contingência**, podemos obter os seguintes resultados:

- Se na última coluna da tabela-verdade obtivermos **apenas valores verdadeiros**, trata-se de uma **tautologia**;
- Se na última coluna da tabela-verdade obtivermos **apenas valores falsos**, trata-se de uma **contradição**; e
- Se na última coluna da tabela-verdade obtivermos **valores verdadeiros e falsos** (**V** e **F**), trata-se de uma **contingência**.

Passo 1: determinar o número de linhas da tabela-verdade.

Temos um total de 3 proposições simples distintas (**p**, **q** e **r**). Portanto, o número de linhas da tabela-verdade é:

$$2^3 = 8$$

Passo 2: desenhar o esquema da tabela-verdade.

Note que:

Para determinar **[(p∧q)∧r]→[p↔(q∨r)]**, precisamos obter **[(p∧q)∧r]** e **[p↔(q∨r)]**.

Para determinar **[(p∧q)∧r]**, precisamos obter **(p∧q)** e **r**.

Para determinar **(p∧q)**, precisamos obter **p** e **q**.

Para determinar **[p↔(q∨r)]**, precisamos obter **p** e **(q∨r)**.

Para determinar **(q∨r)**, precisamos obter **q** e **r**.

Logo, temos o seguinte esquema da tabela-verdade:

p	q	r	(p∧q)	[(p∧q)∧r]	(q∨r)	[p↔(q∨r)]	[(p∧q)∧r]→[p↔(q∨r)]

Passo 3: atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada.

p	q	r	(p∧q)	[(p∧q)∧r]	(q∨r)	[p↔(q∨r)]	[(p∧q)∧r]→[p↔(q∨r)]
V	V	V					
V	V	F					
V	F	V					
V	F	F					
F	V	V					
F	V	F					
F	F	V					
F	F	F					

Passo 4: obter o valor das demais proposições.

A conjunção **p∧q** é verdadeira somente quando **p** e **q** são ambos verdadeiros. Nos demais casos, **p∧q** é falso.

p	q	r	(p∧q)	[(p∧q)∧r]	(q∨r)	[p↔(q∨r)]	[(p∧q)∧r]→[p↔(q∨r)]
V	V	V	V				
V	V	F	V				
V	F	V	F				
V	F	F	F				
F	V	V	F				
F	V	F	F				
F	F	V	F				
F	F	F	F				

A conjunção **[(p∧q)∧r]** é verdadeira somente quando **(p∧q)** e **r** são ambos verdadeiros. Nos demais casos, **[(p∧q)∧r]** é falso.

p	q	r	(p∧q)	[(p∧q)∧r]	(q∨r)	[p↔(q∨r)]	[(p∧q)∧r]→[p↔(q∨r)]
V	V	V	V	V			
V	V	F	V	F			
V	F	V	F	F			
V	F	F	F	F			
F	V	V	F	F			
F	V	F	F	F			
F	F	V	F	F			
F	F	F	F	F			

A disjunção inclusiva **(q∨r)** é falsa somente quando **q** e **r** são ambos falsos. Nos demais casos, **(q∨r)** é verdadeiro.

p	q	r	(p∧q)	[(p∧q)∧r]	(q∨r)	[p↔(q∨r)]	[(p∧q)∧r]→[p↔(q∨r)]
V	V	V	V	V	V		
V	V	F	V	F	V		
V	F	V	F	F	V		
V	F	F	F	F	F		
F	V	V	F	F	V		
F	V	F	F	F	V		
F	F	V	F	F	V		
F	F	F	F	F	F		

A bicondicional **[p↔(q∨r)]** será verdadeira somente quando **p** e **(q∨r)** tiverem o mesmo valor lógico. Nos demais casos, **[p↔(q∨r)]** é falso.

p	q	r	(p∧q)	[(p∧q)∧r]	(q∨r)	[p↔(q∨r)]	[(p∧q)∧r]→[p↔(q∨r)]
V	V	V	V	V	V	V	
V	V	F	V	F	V	V	
V	F	V	F	F	V	V	
V	F	F	F	F	F	F	
F	V	V	F	F	V	F	
F	V	F	F	F	V	F	
F	F	V	F	F	V	F	
F	F	F	F	F	F	V	

Por fim, a condicional **[(p∧q)∧r]→[p↔(q∨r)]** é falsa somente quando o antecedente **[(p∧q)∧r]** é verdadeiro e o consequente **[p↔(q∨r)]** é falso. Observe que esse caso nunca ocorre, de modo que essa condicional é sempre verdadeira. Logo, **estamos diante de uma tautologia**.

p	q	r	(p∧q)	[(p∧q)∧r]	(q∨r)	[p↔(q∨r)]	[(p∧q)∧r]→[p↔(q∨r)]
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	V	V	V
V	F	V	F	F	V	V	V
V	F	F	F	F	F	F	V
F	V	V	F	F	V	F	V
F	V	F	F	F	V	F	V
F	F	V	F	F	V	F	V
F	F	F	F	F	F	V	V

Vamos resolver algumas questões utilizando o método da tabela-verdade.



(CRO RS/2022) Considerando as proposições **p** e **q**, assinale a alternativa que apresenta um exemplo de contradição.

a) (p∧q)→(p∨q)

b) p∨~p

c) p→(q→p)

d) (p∧q)→p

e) (p∨~q)↔(~p∧q)

Comentários:

Vamos analisar cada alternativa e verificar aquela que apresenta uma **contradição**.

a) **(p∧q)→(p∨q)** – **Tautologia**.

Passo 1: determinar o número de linhas da tabela-verdade.

Temos duas proposições simples distintas. Logo, o número de linhas é $2^2 = 2 \times 2 = 4$.

Passo 2: desenhar o esquema da tabela-verdade.

Para determinar **(p∧q)→(p∨q)**, precisamos determinar **(p∧q)**, **(p∨q)**, **p** e **q**.

p	q	p∧q	p∨q	(p∧q)→(p∨q)

Passo 3: atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada.

p	q	p∧q	p∨q	(p∧q)→(p∨q)
V	V			
V	F			
F	V			
F	F			

Passo 4: obter o valor das demais proposições.

• **(p∧q)** é verdadeiro somente quando **p** e **q** são ambos verdadeiros.

• **(p∨q)** é falso somente quando **p** e **q** são ambos falsos.

• **(p∧q)→(p∨q)** é falso somente quando **(p∧q)** é verdadeiro e **(p∨q)** é falso. Como isso não ocorre, **estamos diante de uma tautologia**.

p	q	p∧q	p∨q	(p∧q)→(p∨q)
V	V	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	F	F	V

b) **p∨~p** – **Tautologia**.

Conforme visto na teoria da aula, **p∨~p** é uma tautologia.

p	~p	p∨~p
V	F	V
F	V	V

c) **p→(q→p)** – **Tautologia**.

Passo 1: determinar o número de linhas da tabela-verdade.

Temos duas proposições simples distintas. Logo, o número de linhas é $2^2 = 2 \times 2 = 4$.

Passo 2: desenhar o esquema da tabela-verdade.

Para determinar **p→(q→p)**, precisamos determinar **p**, **q** e **(q→p)**.

p	q	(q→p)	p→(q→p)

Passo 3: atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada.

p	q	(q→p)	p→(q→p)
V	V		
V	F		
F	V		
F	F		

Passo 4: obter o valor das demais proposições.

• **(q→p)** é falso somente quando **q** é verdadeiro e **p** é falso.

• **p→(q→p)** é falso somente quando **p** é verdadeiro e **(q→p)** é falso. Como isso não ocorre, **estamos diante de uma tautologia**.

p	q	(q→p)	p→(q→p)
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	F	V
F	F	V	V

d) **(p∧q)→p – Tautologia**.

Passo 1: determinar o número de linhas da tabela-verdade.

Temos duas proposições simples distintas. Logo, o número de linhas é $2^2 = 2 \times 2 = 4$.

Passo 2: desenhar o esquema da tabela-verdade.

Para determinar **(p∧q)→p**, precisamos determinar **(p∧q)**, **p** e **q.**

p	q	p∧q	(p∧q)→p

Passo 3: atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada.

p	q	p∧q	(p∧q)→p
V	V		
V	F		
F	V		
F	F		

Passo 4: obter o valor das demais proposições.

• **(p∧q)** é verdadeiro somente quando **p** e **q** são ambos verdadeiros.

• **(p∧q)→p** é falso somente quando **(p∧q)** é verdadeiro e **p** é falso. Como isso não ocorre, **estamos diante de uma tautologia**.

p	q	p∧q	(p∧q)→p
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	V

e) **(p∨~q)↔(~p∧q)** – **Contradição**. **Esse é o gabarito**.

Passo 1: determinar o número de linhas da tabela-verdade.

Temos duas proposições simples distintas. Logo, o número de linhas é $2^2 = 2 \times 2 = 4$.

Passo 2: desenhar o esquema da tabela-verdade.

Para determinar **(p∨~q)↔(~p∧q)**, precisamos obter **(p∨~q)**, **(~p∧q)**, **~p**, **~q**, **p** e **q**.

p	q	~p	~q	(p∨~q)	(~p∧q)	(p∨~q)↔(~p∧q)

Passo 3: atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada.

p	q	~p	~q	(p∨~q)	(~p∧q)	(p∨~q)↔(~p∧q)
V	V					
V	F					
F	V					
F	F					

Passo 4: obter o valor das demais proposições.

- **~p** tem o valor lógico oposto de **p.**
- **~q** tem o valor lógico oposto de **q.**
- **(p∨~q)** é falso somente quando **p** e **~q** são ambos falsos.
- **(~p∧q)** é verdadeiro somente quando **~p** e **q** são ambos verdadeiros.
- **(p∨~q)↔(~p∧q)** é verdadeiro somente quando **(p∨~q)** e **(~p∧q)** apresentam o mesmo valor lógico. **Como isso não ocorre, estamos diante de uma contradição**.

p	q	~p	~q	(p∨~q)	(~p∧q)	(p∨~q)↔(~p∧q)
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	F	V	F
F	F	V	V	V	F	F

Gabarito: Letra E.

(ISS Fortaleza/2023) P: "Se a pessoa trabalha com o que gosta e está de férias, então é feliz ou está de férias."

Considerando a proposição **P** precedente, julgue o item seguinte.

A proposição **P** é uma tautologia.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

t: "A pessoa trabalha com o que gosta."

f: "A pessoa está de férias."

z: "A pessoa é feliz."

Note que a proposição composta **P** pode ser descrita por **(t∧f)→(z∨f)**:

(t∧f)→(z∨f): "**Se [(**a pessoa trabalha com o que gosta**) e (**está de férias**)], então [(**é feliz**) ou (**está de férias**)]**."

Para verificar se a proposição é uma tautologia, vamos construir a sua tabela-verdade.

Passo 1: determinar o número de linhas da tabela-verdade.

Temos três proposições simples distintas (**t**, **f** e **z**). Logo, o número de linhas é $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$.

Passo 2: desenhar o esquema da tabela-verdade.

Para determinar **(t∧f)→(z∨f)**, precisamos obter **(t∧f)**, **(z∨f)**, **t**, **z** e **f**.

t	z	f	(t∧z)	(z∨f)	(t∧z)→(z∨f)

Passo 3: atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada.

t	z	f	(t∧z)	(z∨f)	(t∧z)→(z∨f)
V	V	V			
V	V	F			
V	F	V			
V	F	F			
F	V	V			
F	V	F			
F	F	V			
F	F	F			

Passo 4: obter o valor das demais proposições.

• **(t∧z)** é verdadeiro somente quando **t** e **z** são ambos verdadeiros.

• **(z∨f)** é falso somente quando **z** e **f** são ambos falsos.

• **(t∧z)→(z∨f)** é falso somente quando **(t∧z)** é verdadeiro e **(z∨f)** é falso. Como isso não ocorre, **estamos diante de uma tautologia**.

t	z	f	(t∧z)	(z∨f)	(t∧z)→(z∨f)
V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V
V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	F	V
F	V	V	F	V	V
F	V	F	F	V	V
F	F	V	F	V	V
F	F	F	F	F	V

Gabarito: CERTO.

Método da prova por absurdo

Vamos utilizar o **método da prova por absurdo** para verificar se a seguinte proposição é uma **tautologia**, uma **contradição** ou uma **contingência**:

$$[(p \wedge q) \wedge r] \rightarrow [p \leftrightarrow (q \vee r)]$$

Para aplicar esse método, o **primeiro passo** é partir da hipótese de que a proposição é uma **tautologia** ou então partir da hipótese de que a proposição é uma **contradição**.

Se nós suspeitarmos que a proposição composta é uma **tautologia**, devemos seguir o seguinte procedimento:

- Tentar aplicar o valor lógico **falso** à proposição. Dessa tentativa, há duas possibilidades:
  - **Se for possível que a proposição seja falsa**, sabemos que **não é uma tautologia**. Nesse caso, a proposição **pode ser contradição ou contingência**; ou
  - **Se nessa tentativa chegarmos a algum absurdo**, isso significa que a proposição nunca poderá ser falsa e, portanto, **é uma tautologia** (sempre verdadeira).

Por outro lado, se nós suspeitarmos que a proposição composta é uma **contradição**, devemos seguir o seguinte procedimento:

- Tentar aplicar o valor lógico **verdadeiro** à proposição. Dessa tentativa, há duas possibilidades:
  - **Se for possível que a proposição seja verdadeira**, sabemos que **não é uma contradição**. Nesse caso, a proposição **pode ser tautologia ou contingência**; ou
  - **Se nessa tentativa chegarmos a algum absurdo**, isso significa que a proposição nunca poderá ser verdadeira e, portanto, **é uma contradição** (sempre falsa).

Ok, professor! Mas como eu descubro com esse método se a proposição é uma contingência?

Simples, caro aluno!

Veja que, ao aplicar o método, **se for possível que a proposição seja falsa e também for possível que a proposição seja verdadeira**, **não teremos uma tautologia e também não teremos uma contradição**. Nesse caso, a proposição em questão é uma **contingência**!

Certo, professor. Mas o que é esse tal de absurdo?

Excelente pergunta! Vamos esclarecer.



Nesse contexto, o termo "**absurdo**" se refere a uma **situação contraditória** que surge ao tentar aplicar o **valor falso a uma tautologia** ou o **valor verdadeiro a uma contradição**.

Exemplo: vamos supor que você aplica o **valor falso** a uma proposição composta que você suspeita que é uma tautologia. Em decorrência disso, você obtém que algumas proposições simples devem ser verdadeiras e falsas ao mesmo tempo. Trata-se de um **absurdo**, pois sabemos que as proposições não podem ser V e F ao mesmo tempo. Como chegamos em um absurdo, isso significa que a **proposição composta original nunca pode ser falsa**. Portanto, temos uma **tautologia**.

Esse conceito ficará mais claro em seguida, quando mostrarmos o método com mais detalhes.

Bom, vamos aplicar o método! Queremos descobrir se **[(p∧q)∧r]→[p↔(q∨r)]** é uma **tautologia**, uma **contradição** ou uma **contingência**. Arbitrariamente, **vamos inicialmente supor que [(p∧q)∧r]→[p↔(q∨r)] é uma contradição**.

Nesse caso, devemos **tentar aplicar o valor lógico verdadeiro à proposição composta**.

Você consegue verificar como essa condicional com antecedente **[(p∧q)∧r]** e com consequente **[p↔(q∨r)]** pode ser verdadeira?

Eu tentaria, por exemplo, fazer com que o antecedente dessa condicional fosse falso. Nesse caso, a condicional será verdadeira, pois necessariamente não teremos o único caso em que a condicional é falsa (caso **V→F**).

Perceba, então, **que se p, q e r forem todos falsos**, por exemplo, **teremos um antecedente falso** e, consequentemente, a proposição será verdadeira:

[(p∧q)∧r]→[p↔(q∨r)]

[(F∧ F)∧F]→[F↔(F∨F)]

[F∧F]→[F↔F]

[F]→[V]

V

Olha só, que legal! **Conseguimos fazer com que a proposição seja verdadeira**! **Logo**, **sabemos que a proposição composta em questão não é uma contradição**, podendo ser **tautologia ou contingência**.

Bom, sabemos que a proposição composta em questão não é uma contradição. **Vamos supor**, **então**, **que [(p∧q)∧r]→[p↔(q∨r)] é uma tautologia**.

Nesse caso, devemos **tentar aplicar o valor lógico falso à proposição composta**.

Para que a condicional em questão seja falsa, devemos ter o caso **V→F**. Logo:

- O antecedente **[(p∧q)∧r]** deve ser **verdadeiro**; e
- O consequente **[p↔(q∨r)]** deve ser **falso**.

Antecedente

Vamos verificar o antecedente **[(p∧q)∧r]**. Para que a conjunção de **(p∧q)** com **r** seja verdadeira, ambas as parcelas precisam ser verdadeiras. Logo:

- **(p∧q)** deve ser verdadeiro; e
- **r** deve ser verdadeiro.

Além disso, para que **(p∧q)** seja verdadeiro, devemos ter **p** e **q** ambos verdadeiros. Logo:

- **p deve ser verdadeiro**;
- **q deve ser verdadeiro**; e
- **r deve ser verdadeiro**.

Vamos agora analisar o consequente da condicional.

Consequente

Para que a bicondicional **[p↔(q∨r)]** seja falsa, ambas as parcelas, **p** e **(q∨r)**, devem ter valores lógicos distintos. Isso significa que podemos ter dois casos:

- **p verdadeiro** com **(q∨r) falso**; e
- **p falso** com **(q∨r) verdadeiro**.

Veja que **aqui nós já encontramos um absurdo**! **Isso porque já obtivemos que p, q e r devem ser todos verdadeiros**! Veja que, quando analisamos a bicondicional do consequente:

- No primeiro caso, teremos **(q∨r)** falso, de modo que **q e r devem ser ambos falsos**;
- No segundo caso, **p deve ser falso**.

Como acabamos de chegar em um absurdo, note que **a proposição lógica em questão não pode ser falsa**. Trata-se, portanto, de uma **tautologia**.



Para fins de resolução de questões de **tautologia**, **contradição** e **contingência**, **provar por absurdo** costuma ser a **melhor opção** quando comparada com a tabela-verdade. Isso porque a construção de uma tabela-verdade costuma levar mais tempo.

Vamos resolver algumas questões utilizando o **método da prova por absurdo**.



(Pref Penedo/2023) Qual das alternativas apresenta uma tautologia?

a) P∧Q∧R

b) PVQ↔RVS

c) PVQ↔R∧S

d) PVQVR→S

e) PVQVRV¬SV¬P

Comentários:

Pessoal, note que **as alternativas de A até D são contingências**. Isso porque, nesses quatro casos, as proposições simples de cada proposição composta não se repetem.

Veja que, nesses quatro casos, podemos atribuir valores lógicos às proposições simples de modo que a proposição composta pode ser tanto verdadeira quanto falsa a depender dos valores lógicos atribuídos às proposições simples.

a) **P∧Q∧R – Contingência.**

• Se **P**, **Q** e **R** forem todos verdadeiros, **P∧Q∧R** será verdadeiro.

• Se **P**, **Q** e **R** forem todos falsos, **P∧Q∧R** será falso.

Como acabamos de mostrar um caso em que a proposição composta pode ser verdadeira e um caso em que a proposição composta pode ser falsa, temos uma **contingência**.

b) **PVQ↔RVS – Contingência.**

• Se **P**, **Q**, **R** e **S** forem todos verdadeiros, **PVQ↔RVS** será verdadeiro.

• Se **P** e **Q** forem verdadeiros e **R** e **S** forem falsos, **PVQ↔RVS** será falso

Como acabamos de mostrar um caso em que a proposição composta pode ser verdadeira e um caso em que a proposição composta pode ser falsa, temos uma **contingência**.

c) **P∨Q↔R∧S – Contingência.**

• Se **P**, **Q**, **R** e **S** forem todos verdadeiros, **P∨Q↔R∧S** será verdadeiro.

• Se **P** e **Q** forem verdadeiros e **R** e **S** forem falsos, **P∨Q↔R∧S** será falso

Como acabamos de mostrar um caso em que a proposição composta pode ser verdadeira e um caso em que a proposição composta pode ser falsa, temos uma **contingência**.

d) **P∨Q∨R→S – Contingência.**

• Se **P**, **Q**, **R** e **S** forem todos verdadeiros, **P∨Q∨R→S** será verdadeiro.

• Se **P**, **Q** e **R** forem verdadeiros e **S** for falso, **P∨Q∨R→S** será falso

Como acabamos de mostrar um caso em que a proposição composta pode ser verdadeira e um caso em que a proposição composta pode ser falsa, temos uma **contingência**.

e) **P∨Q∨R∨∼S∨∼P – Tautologia**.

Como a questão pergunta por uma tautologia, **a nossa suspeita é de que P∨Q∨R∨∼S∨∼P é uma tautologia**.

Nesse caso, vamos **tentar aplicar o valor lógico falso à proposição**.

Como temos uma disjunção inclusiva com 5 termos, para que ela seja falsa, todos os cinco termos devem ser falsos. Logo:

P deve ser falso; **Q** deve ser falso; **R** deve ser falso; **¬S** deve ser falso; e **∼P deve ser falso**

Veja que aqui encontramos um **absurdo**. Isso porque **P** e **∼P** não podem ser ao mesmo tempo falsos, dado que **P** e **∼P** devem apresentar valores lógicos opostos.

Logo, a proposição em questão **nunca poderá ser falsa** e, portanto, **é uma tautologia** (sempre verdadeira).

Gabarito: Letra E.

(PETROBRAS/2022) A proposição **[(p→r)∧(q→r)]→[r→(p∨q)]** é sempre verdadeira, independentemente do valor-verdade das proposições **p, q** e **r**.

Comentários:

A questão pergunta se a proposição **[(p→r)∧(q→r)]→[r→(p∨q)]** é sempre verdadeira. Em outras palavras, **queremos saber se essa proposição composta é uma tautologia**.

Como a questão pergunta por uma tautologia, **a nossa suspeita é de que [(p→r)∧(q→r)]→[r→(p∨q)] é uma tautologia**.

Nesse caso, vamos **tentar aplicar o valor lógico falso à proposição**.

Para a condicional **[(p→r)∧(q→r)]→[r→(p∨q)]** ser falsa, devemos ter o caso **V→F**. Logo:

• O antecedente **[(p→r)∧(q→r)]** deve ser verdadeiro; e

• O consequente **[r→(p∨q)]** deve ser falso.

Vamos analisar primeiro o consequente, pois, a partir da falsidade do consequente, obteremos alguns valores lógicos que as proposições simples devem ter.

Consequente

Para que a condicional **[r→(pVq)]** seja falsa, devemos ter o caso **V→F**. Logo:

• **r** deve ser verdadeiro; e

• **(pVq)** deve ser falso.

Para que a disjunção inclusiva **(pVq)** seja falsa, ambas as parcelas precisam ser falsas. Logo:

• **r deve ser verdadeiro**; e

• **p deve ser falso**; e

• **q deve ser falso**.

Antecedente

Para que a conjunção **[(p→r)Λ(q→r)]** seja verdadeira, ambas as parcelas da conjunção devem ser verdadeiras. Logo:

• **(p→r)** deve ser verdadeiro; e

• **(q→r)** deve ser verdadeiro.

Veja que isso não contradiz os valores já obtidos para p, q e r. Isso porque, com **r verdadeiro**, **p falso** e **q falso**, **(p→r)** e **(q→r)** são ambos verdadeiros.

Note, portanto, que para **r verdadeiro**, **p falso** e **q falso**, temos que o antecedente **[(p→r)Λ(q→r)]** é verdadeiro e o consequente **[r→(pVq)]** é falso. **Portanto, é possível fazer com que a condicional [(p→r)Λ(q→r)]→[r→(pVq)] seja falsa**!

Isso significa que para esses valores lógicos de **r**, **p** e **q**, temos que a condicional **[(p→r)Λ(q→r)]→[r→(pVq)]** é falsa. Logo, **não se trata de uma tautologia**.

Gabarito: ERRADO.

A questão a seguir já foi resolvida utilizando o **método da tabela-verdade**. Resolveremos, nesse momento, utilizando o **método da prova por absurdo**.

(ISS Fortaleza/2023) P: "Se a pessoa trabalha com o que gosta e está de férias, então é feliz ou está de férias."

Considerando a proposição **P** precedente, julgue o item seguinte.

A proposição **P** é uma tautologia.

Comentários:

Considere as seguintes proposições simples:

t: "A pessoa trabalha com o que gosta."

f: "A pessoa está de férias."

z: "A pessoa é feliz."

Note que a proposição composta **P** pode ser descrita por **(tΛf)→(zVf)**:

(tΛf)→(zVf): "**Se [**(a pessoa trabalha com o que gosta**) e** (está de férias**)]**, **então [**(é feliz**) ou** (está de férias**)]**."

Como a questão pergunta por uma tautologia, **a nossa suspeita é de que (t∧f)→(z∨f) é uma tautologia**.

Nesse caso, vamos **tentar aplicar o valor lógico falso à proposição**.

Para que a condicional **(t∧f)→(z∨f)** seja falsa, devemos ter o caso **V→F**. Logo

• O antecedente **(t∧f)** deve ser verdadeiro; e

• O consequente **(z∨f)** deve ser falso.

Antecedente

Para que a conjunção **(t∧f)** seja verdadeira, ambas as parcelas precisam ser verdadeiras. Logo:

• **t deve ser verdadeiro**; e

• **f deve ser verdadeiro**.

Consequente

Para que a disjunção inclusiva **(z∨f)** seja falsa, ambas as parcelas precisam ser falsas. Logo:

• **z deve ser falso**; e

• **f deve ser falso**.

Veja que aqui encontramos um **absurdo**! Isso porque, analisando o antecedente, obtivemos que **f deve ser verdadeiro**. Por outro lado, analisando o consequente, obtivemos que **f deve ser falso**.

Como acabamos de chegar em um absurdo, note que **a proposição lógica em questão não pode ser falsa**. Trata-se, portanto, de uma **tautologia**.

Gabarito: CERTO.

Implicação

Para finalizar essa parte teórica, vamos entender o conceito de **implicação**.

Dizemos que uma proposição **p** **implica** **q** quando a **condicional p→q é uma tautologia**. A representação da afirmação "**p** **implica** **q**" é **p ⇒ q.**



p→q é uma condicional com o antecedente **p** e o consequente **q**.

p⇒q significa "**p** **implica** **q**", isto é, significa afirmar que "a condicional **p→q** é uma tautologia".



Apesar dessa distinção, algumas bancas utilizam o símbolo de implicação "⇒" como se fosse o símbolo da condicional "→".

Além disso, em algumas questões, as bancas podem utilizar a expressão "**p implica q**" **para se referir simplesmente a uma condicional p→q, sem que ela necessariamente seja uma tautologia**.



(PC SE/2014) Diz-se que uma proposição composta A implica numa proposição composta B, se:

a) a conjunção entre elas for tautologia

b) o condicional entre elas, nessa ordem, for tautologia.

c) o bicondicional entre elas for tautologia

d) A disjunção entre elas for tautologia.

Comentários:

Dizer que uma proposição composta **A** implica numa proposição composta **B** significa dizer que **a condicional A→B é uma tautologia**.

Gabarito: Letra B.

QUESTÕES COMENTADAS – CESGRANRIO

Introdução às proposições

1.(CESGRANRIO/PETROBRAS/2010) Qual das proposições a seguir pertence à classe das declarativas, aceitando apenas dois valores que se excluem, verdadeiro (V) ou falso (F)?

a) Escreva um livro.

b) Onde Maria mora?

c) Que belo automóvel é este amarelo!

d) Duas retas de um plano são paralelas ou incidentes.

e) Verifique a instalação elétrica.

Comentários:

Note que a pergunta comete uma imprecisão ao dizer que as alternativas apresentam proposições (*Qual das proposições a seguir*...).

Na verdade, devemos selecionar a única alternativa que apresenta uma proposição. Lembre-se que uma **proposição lógica** é uma oração **declarativa** à qual pode ser **atribuída um, e apenas um, dos dois possíveis valores lógicos: verdadeiro ou falso**.

Vamos analisar as alternativas:

a) Escreva um livro. Sentença imperativa (exprime ordem).

b) Onde Maria mora? Sentença interrogativa.

c) Que belo automóvel é este amarelo! Sentença exclamativa.

d) Duas retas de um plano são paralelas ou incidentes. Sentença declarativa (proposição)**. Este é o gabarito.**

e) Verifique a instalação elétrica. Sentença imperativa (exprime ordem).

Gabarito: Letra D.

QUESTÕES COMENTADAS – CESGRANRIO

Proposições compostas

1.(CESGRANRIO/PETROBRAS/2018) Sejam p e q duas proposições lógicas simples tais que o valor lógico da implicação (~p)→(~q) é FALSO.

O valor lógico da proposição pV(~q) é igual ao valor lógico da proposição

a) (~q)→p

b) (~q)→(~p)

c) (~p)V(~q)

d) (~p)Λq

e) pΛq

Comentários:

O enunciado afirma que a condicional **(~p)→(~q)** é falsa. Logo, temos o caso **V→F**, isto é, temos o antecedente **(~p)** verdadeiro e o consequente **(~q)** falso. Portanto:

- Como **~p** é verdadeiro, **p é falso**.
- Como ~**q** é falso, **q é verdadeiro**.

Note que o valor lógico da proposição **pV(~q)** é **falso**. Veja:

pV(~q)

FV(~V)

FV(F)

F

Logo, devemos procurar nas alternativas uma **proposição lógica falsa** sabendo que **p é falso** e **q é verdadeiro**.

a) **(~q)→p**. **ERRADO**.

(~q)→p

(~V)→F

F→F

V

b) **(~q)→(~p)**. **ERRADO**.

(~q)→(~p)

(∼V)→(∼F)

(F)→(V)

V

c) **(∼p)∨(∼q)**. **ERRADO**.

(∼p)∨(∼q)

(∼F)∨(∼V)

(V)∨(F)

V

d) **(∼p)∧q**. **ERRADO**.

(∼p)∧q

(∼F)∧V

(V)∧V

V

e) **p∧q**. **CERTO.** Temos uma **proposição lógica falsa**. Isso porque para a conjunção (∧) ser verdadeira, ambos os termos devem ser verdadeiros.

p∧q

F∧V

F

Gabarito: Letra E.

2. (CESGRANRIO/LIQUIGÁS/2012) A fórmula (X∧Y)∨(¬X∧Z) é satisfeita quando os valores de X, Y e Z são, respectivamente, iguais a

a) V, F, V

b) V, F, F

c) F, V, F

d) F, F, F

e) F, F, V

Comentários:

Devemos verificar o caso em que a proposição composta **(X∧Y)∨(∼X∧Z)** é verdadeira. Vamos testar as alternativas.

a) V, F, V. **ERRADO**.

Nessa alternativa, temos **X** verdadeiro, **Y** falso e **Z** verdadeiro. Nesse caso, a proposição composta **(X∧Y)∨(~X∧Z)** fica com o valor lógico falso:

(V∧F)∨(~V∧V)

(F)∨(F∧V)

(F)∨(F)

F

b) V, F, F. **ERRADO**.

Nessa alternativa, temos **X** verdadeiro, **Y** falso e **Z** falso. Nesse caso, a proposição composta **(X∧Y)∨(~X∧Z)** fica com o valor lógico falso:

(V∧F)∨(~V∧F)

(F)∨(F∧F)

(F)∨(F)

F

c) F, V, F. **ERRADO**.

Nessa alternativa, temos **X** falso, **Y** verdadeiro e **Z** falso. Nesse caso, a proposição composta **(X∧Y)∨(~X∧Z)** fica com o valor lógico falso:

(F∧V)∨(~F∧F)

(F)∨(V∧F)

(F)∨(F)

F

d) F, F, F. **ERRADO**.

Nessa alternativa, temos **X** falso, **Y** falso e **Z** falso. Nesse caso, a proposição composta **(X∧Y)∨(~X∧Z)** fica com o valor lógico falso:

(F∧F)∨(~F∧F)

(F)∨(V∧F)

$$(F)\vee(F)$$

$$F$$

e) F, F, V. CERTO. Esse é o gabarito.

Nessa alternativa, temos **X** falso, **Y** falso e **Z** verdadeiro. Nesse caso, a proposição composta $(X\wedge Y)\vee(\sim X\wedge Z)$ fica com o valor lógico **verdadeiro**:

$$(F\wedge F)\vee(\sim F\wedge V)$$

$$(F)\vee(V\wedge V)$$

$$(F)\vee(V)$$

$$V$$

Gabarito: Letra E.

3.(CESGRANRIO/PETROBRAS/2011) Para se construir uma proposição composta, são necessárias duas ou mais proposições simples e o uso de

a) cursores

b) conectivos

c) propositivos

d) preemptivos

e) pontes

Comentários:

Para se construir uma proposição composta, é necessário unir proposições simples por meio dos **conectivos lógicos**, quais sejam:

- Conjunção ($\wedge$);
- Disjunção inclusiva ($\vee$);
- Disjunção exclusiva ($\underline{\vee}$);
- Condicional ($\rightarrow$); e
- Bicondicional ($\leftrightarrow$).

Gabarito: Letra B.

4. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2010) Qual é o conectivo lógico da proposição "José corre, mas não alcança o ônibus"?

a) Conjunção

b) Condicional

c) Negação

d) Disjunção

e) Disjunção Exclusiva

Comentários:

Vimos na teoria da aula que **o conectivo "mas" é utilizado com conjunção**. Lembre-se que, apesar desse conectivo apresentar uma ideia de oposição, ou seja, um sentido adversativo, devemos ter em mente que, para fins de lógica de proposições, **"mas"** é igual ao conectivo **"e"**.

Gabarito: Letra A.

5. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2010) p→(q→r)

Que valoração torna a fórmula acima falsa?

a) p = falso, q = verdadeiro, r = falso

b) p = falso, q = falso, r = verdadeiro

c) p = verdadeiro, q = falso, r = verdadeiro

d) p = verdadeiro, q = verdadeiro, r = falso

e) p = verdadeiro, q = verdadeiro, r = verdadeiro

Comentários:

Vamos verificar cada alternativa para identificar qual torna falsa a proposição composta. Para tanto, vamos substituir os valores lógicos na expressão dada.

Antes de avaliarmos as alternativas, lembre-se que uma **condicional é falsa** somente no **caso V→F**, isto é, a condicional é falsa quando o **antecedente é verdadeiro** e o **consequente é falso**.

a) p = falso, q = verdadeiro, r = falso. **ERRADO**.

$$p \rightarrow (q \rightarrow r)$$

$$F \rightarrow (V \rightarrow F)$$

$$F \rightarrow (F)$$

$$V$$

b) p = falso, q = falso, r = verdadeiro. **ERRADO**.

$$p \rightarrow (q \rightarrow r)$$
$$F \rightarrow (F \rightarrow V)$$
$$F \rightarrow (V)$$
$$V$$

c) p = verdadeiro, q = falso, r = verdadeiro. **ERRADO**.

$$p \rightarrow (q \rightarrow r)$$
$$V \rightarrow (F \rightarrow V)$$
$$V \rightarrow (V)$$
$$V$$

d) p = verdadeiro, q = verdadeiro, r = falso. **CERTO**. Este é o **gabarito**.

$$p \rightarrow (q \rightarrow r)$$
$$V \rightarrow (V \rightarrow F)$$
$$V \rightarrow (F)$$
$$F$$

e) p = verdadeiro, q = verdadeiro, r = verdadeiro. **ERRADO**.

$$p \rightarrow (q \rightarrow r)$$
$$V \rightarrow (V \rightarrow V)$$
$$V \rightarrow (V)$$
$$V$$

Gabarito: Letra D.

6.(CESGRANRIO/TCE-RO/2007) Os amigos André, Carlos e Sérgio contavam histórias acerca de suas incursões futebolísticas. André e Sérgio mentiram, mas Carlos falou a verdade. Então, dentre as opções seguintes, aquela que contém uma proposição verdadeira é:

a) Se Carlos mentiu, então André falou a verdade.

b) Se Sérgio mentiu, então André falou a verdade.

c) Sérgio falou a verdade e Carlos mentiu.

d) Sérgio mentiu e André falou a verdade.

e) André falou a verdade ou Carlos mentiu.

Comentários:

Para resolver essa questão, devemos flexibilizar o fato de realizarmos negações usando antônimos. Sabemos que a melhor forma de negar uma proposição e inserir a palavra "não". Porém, **para essa questão**, **vamos utilizar "mentir" como a negação de "falar a verdade"**.

Considere as seguintes proposições simples:

a: "André falou a verdade."

s: "Sérgio falou a verdade."

c: "Carlos falou a verdade."

Note que as negações das proposições simples são:

~a: "André mentiu."

~s: "Sérgio mentiu."

~c: "Carlos mentiu."

A proposição apresentada no enunciado, que deve ser considerada verdadeira, é dada por **~a∧~s∧ c**:

~a∧~s∧ c:"**[**André mentiu**]** **e** **[**Sérgio mentiu**]**, **mas** **[**Carlos falou a verdade**]**."

Para a conjunção ser verdadeira, nenhum dos termos **~a**, **~s** e **c** pode ser falso. Logo:

- **~a** é verdadeiro, isto é, **a** é falso;
- **~s** é verdadeiro, isto é, **s** é falso;
- **c** é verdadeiro.

Vamos analisar cada uma das alternativas e identificar qual apresenta uma proposição verdadeira.

a) Se Carlos mentiu, então André falou a verdade. **CERTO**. Este é o **gabarito**.

A proposição apresentada corresponde à condicional **~c→a**. Como **c** é verdadeiro, **~c** é falso. Temos, portanto, uma condicional da forma **F→F**, que é uma **condicional verdadeira**.

b) Se Sérgio mentiu, então André falou a verdade. **ERRADO.**

A proposição apresentada corresponde à condicional **~s→a**. Trata-se de uma condicional da forma **V→F**, ou seja, temos uma **condicional falsa**.

c) Sérgio falou a verdade e Carlos mentiu. **ERRADO.**

A proposição apresentada corresponde à conjunção **s∧~c**. Para a conjunção ser verdadeira, ambos os termos devem ser verdadeiros. No caso em questão, tanto **s** quanto **~c** são falsos, motivo pelo qual a **conjunção** é **falsa**.

d) Sérgio mentiu e André falou a verdade. ERRADO.

A proposição apresentada corresponde à conjunção $\sim s \wedge a$. Para a conjunção ser verdadeira, ambos os termos devem ser verdadeiros. No caso em questão, temos que **a** é falsa, motivo pelo qual a **conjunção** é **falsa**.

e) André falou a verdade ou Carlos mentiu. ERRADO.

A proposição apresentada corresponde à disjunção inclusiva $a \vee \sim c$. Para ela ser verdadeira, ao menos um dos termos deve ser verdadeiro. No caso em questão, temos que **a** e $\sim c$ são ambos falsos, motivo pelo qual a **disjunção inclusiva** é **falsa**.

Gabarito: Letra A.

QUESTÕES COMENTADAS – CESGRANRIO

Conversão da linguagem natural para a proposicional

1. (CESGRANRIO/LIQUIGÁS/2018) O setor de artes gráficas de uma empresa possui um total de 11 funcionários. O coordenador dos recursos humanos da empresa afirmou que, no máximo, oito funcionários do setor se aposentarão até o final de 2019.

A afirmação do coordenador é logicamente equivalente à afirmação

a) No máximo três funcionários do setor se aposentarão até o final de 2019.

b) Pelo menos três funcionários do setor não terão se aposentado até o final de 2019.

c) No mínimo oito funcionários do setor não se aposentarão a partir de 2020.

d) Oito funcionários do setor já se terão aposentado no início de 2020.

e) No mínimo três funcionários já se terão aposentado no início de 2020.

Comentários:

Apesar de o enunciado sugerir que a questão se refere a "**equivalências lógicas**", assunto este que será estudado na aula seguinte, note que, na verdade, a questão pergunta pela reescritura de uma proposição simples.

Sabemos que o termo **proposição** é usado para se referir ao **significado** das orações. Nessa questão, devemos procurar por uma alternativa que apresenta o mesmo significado de:

"**No máximo, oito funcionários do setor se aposentarão até o final de 2019**".

Note que **o total de funcionários do setor é 11**. Como **no máximo 8 se aposentarão** até o final de 2019, isso corresponde a dizer que **11−8 = 3 funcionários ou mais não se aposentarão até o final de 2019**. Em outras palavras, a proposição original corresponde a:

"**Pelo menos três funcionários do setor não terão se aposentado até o final de 2019**."

Gabarito: Letra B.

2.(CESGRANRIO/BNDES/2009) Considere a seguinte proposição composta:

"Você não pode dirigir um trator se tiver menos que 1m, a não ser que tenha habilitação especial.", em que:

"Λ" representa "e";

"V" representa "ou";

"¬" representa "negação";

"→" representa implicação;

"↔" representa equivalência.

Proposições primitivas:

P: "Você pode dirigir um trator."

Q: "Você tem menos de 1m."

R: "Você tem habilitação especial."

Qual alternativa simboliza corretamente a proposição?

a) $(Q \wedge \neg R) \rightarrow \neg P$

b) $(Q \vee \neg R) \rightarrow P$

c) $(\neg Q \wedge R) \rightarrow \neg P$

d) $(Q \vee R) \leftrightarrow P$

e) $(Q \wedge R) \leftrightarrow \neg P$

Comentários:

Nessa questão, devemos nos lembrar que o termo **proposição** é usado para se referir ao **significado** das orações.

Na **proposição composta** ***"Você não pode dirigir um trator se tiver menos que 1m, a não ser que tenha habilitação especial."***, note que **"*ter menos que 1m*"** e **"*não ter habilitação especial*"** são duas **condições suficientes** que devem ser simultaneamente respeitadas para **"*não poder dirigir*"**.

Com esse entendimento, a proposição composta original apresenta o seguinte significado:

"**Se [**(você tiver menos que 1m**) e (não** tiver habilitação especial**)], então [não** poderá dirigir**]**."

Portanto, a alternativa que simboliza corretamente a proposição é a **letra A**:

$$(Q \wedge \sim R) \rightarrow \sim P$$

Gabarito: Letra A.

QUESTÕES COMENTADAS - CESGRANRIO

Tabela-verdade

1. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2012) Na lógica sentencial clássica, dada uma linguagem L que contém as proposições p, q e r, quantas linhas deve ter a tabela verdade da proposição [(¬p∧¬q) ∨ (¬p∧r)]↔r?

a) 4

b) 8

c) 16

d) 24

e) 32

Comentários:

Lembre-se que se uma proposição for composta por n **proposições simples**, o número de linhas da tabela-verdade será 2^n.

Como na proposição composta em questão temos três proposições simples (**p**, **q** e **r**), o número de linhas da tabela-verdade é:

$$2^n = 2^3 = 8$$

Gabarito: Letra B.

2.(CESGRANRIO/PETROBRAS/2012) Seja a tabela verdade a seguir.

p	q	¬p	¬p→q
V	V		
V	F		
F	V		
F	F		

Quantas vezes, sem considerar os valores já preenchidos, o valor F aparece ao se completar essa tabela?

a) 2

b) 3

c) 4

d) 5

e) 6

Comentários:

O enunciado já apresentou a tabela-verdade construída, com valores V ou F atribuídos às proposições simples. Devemos, agora, obter o valor lógico das proposições ~**p** e ~**p→q**.

~**p** é obtido realizando a negação de **p**.

p	q	¬p	¬p→q
V	V	F	
V	F	F	
F	V	V	
F	F	V	

~**p→q** é a condicional obtida por meio das colunas ~**p** e **q**. Observe que ela só será falsa quando ~**p** for verdadeiro e **q** for falso.

p	q	¬p	¬p→q
V	V	F	V
V	F	F	V
F	V	V	V
F	F	V	F

Note que, ao completar a tabela, aparecem **três valores F adicionais**.

Gabarito: Letra B.

3.(CESGRANRIO/BNDES/2011) Ao analisar a documentação de um sistema de informação, um programador observa uma tabela-verdade T formada pelas proposições P, Q, R, X e Y.

Qual o número de linhas de T?

a) 5

b) 11

c) 20

d) 32

e) 50

Comentários:

Lembre-se que se uma proposição for composta por n **proposições simples**, o número de linhas da tabela-verdade será 2^n.

Considerando que **P, Q, R, X e Y** são proposições simples, o número de linhas de **T** será:

$$2^n = 2^5 = 32$$

Gabarito: Letra D.

4.(CESGRANRIO/PETROBRAS/2011) No cálculo proposicional, dada a fórmula (P→Q)→(¬P∧Q), exatamente em quantas valorações do par (P,Q) essa proposição assume o valor verdade?

a) 0

b) 1

c) 2

d) 3

e) 4

Comentários:

Vamos montar a tabela-verdade de **(P→Q)→(~P∧Q)**.

Passo 1: determinar o número de linhas da tabela-verdade.

Temos $n = 2$ proposições simples. Logo, o número de linhas é $2^2 = 4$.

Passo 2 e Passo 3: desenhar o esquema da tabela-verdade e atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada.

Para obter **(P→Q)→(~P∧Q)**, devemos determinar **(P→Q)** e **(~P∧Q)**.

Para obter **(P→Q)**, devemos determinar **P** e **Q**.

Para obter **(~P∧Q)**, devemos determinar **~P** e **Q**,

Para obter **~P**, devemos determinar **P**.

P	Q	~P	P→Q	~P∧Q	(P→Q)→(~P∧Q)
V	V				
V	F				
F	V				
F	F				

Passo 4: obter o valor das demais proposições.

~P tem o valor lógico oposto ao de **P**.

P	Q	~P	P→Q	~P∧Q	(P→Q)→(~P∧Q)
V	V	F			
V	F	F			
F	V	V			
F	F	V			

P→Q é falso somente quando o antecedente **P** é verdadeiro e o consequente **Q** é falso. Nos demais casos, é verdadeiro.

P	Q	~P	P→Q	~P∧Q	(P→Q)→(~P∧Q)
V	V	F	V		
V	F	F	F		
F	V	V	V		
F	F	V	V		

~P∧Q é verdadeiro somente quando o ~**P** e **Q** são ambos verdadeiros. Nos demais casos, é falso.

P	Q	~P	P→Q	~P∧Q	(P→Q)→(~P∧Q)
V	V	F	V	F	
V	F	F	F	F	
F	V	V	V	V	
F	F	V	V	F	

Finalmente, **(P→Q)→(~P∧Q)** é falso quando o antecedente **(P→Q)** é verdadeiro e o consequente **(~P∧Q)** é falso. Nos demais casos, **(P→Q)→(~P∧Q)** é verdadeiro.

P	Q	~P	P→Q	~P∧Q	(P→Q)→(~P∧Q)
V	V	F	V	F	F
V	F	F	F	F	V
F	V	V	V	V	V
F	F	V	V	F	F

Note, portanto, que a proposição **(P→Q)→(~P∧Q)** assume a valoração verdadeira para apenas **duas** valorações do par (**P**, **Q**).

Gabarito: Letra C.

5. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2010) x ↔ y possui a mesma tabela verdade que

a) ¬x → y

b) ¬x → ¬y

c) (x → y)∨y

d) (x → y)∧(y → x)

e) (x → y)∨(¬y → x)

Comentários:

Lembre-se que uma das formas de se reescrever "**p se e somente se q**" é dada por "**p somente se q e q somente se p**". Isso significa que **p↔q** e **(p→q)∧(q→p)** apresentam a mesma tabela-verdade.

Para o caso em questão, **x↔y** apresenta a mesma tabela-verdade de **(x→y)∧(y→x)**. Para verificar formalmente o fato, podemos colocar **x↔y** e **(x→y)∧(y→x)** lado a lado na mesma tabela:

x	y	x→y	y→x	(x→y)∧(y→x)	x↔y
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	F	F
F	F	V	V	V	V

Gabarito: Letra D.

6.(CESGRANRIO/PETROBRAS/2010) Uma tabela verdade de proposições é construída a partir do número de seus componentes. Quantas combinações possíveis terá a tabela verdade da proposição composta "O dia está bonito então vou passear se e somente se o pneu do carro estiver cheio."?

a) 1

b) 3

c) 6

d) 8

e) 12

Comentários:

Lembre-se que se uma proposição for composta por n **proposições simples**, o número de linhas da tabela-verdade será 2^n.

Na proposição em questão, temos exatamente três proposições simples:

"**(Se [**o dia está bonito**] então [**vou passear**]) se e somente se (**o pneu do carro estiver cheio**)**."

Portanto, o número de linhas da tabela-verdade é:

$$2^n = 2^3 = 8$$

Gabarito: Letra D.

7. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2010) Dada a proposição ((PV¬Q)→(P→Q)) da lógica sentencial, ela assume a valoração verdadeira para

a) nenhuma valoração de P e Q.

b) apenas uma valoração de P e Q.

c) apenas duas valorações de P e Q.

d) apenas três valorações de P e Q.

e) quatro valorações de P e Q.

Comentários:

Vamos montar a tabela-verdade de **((PV~Q)→(P→Q))**.

Passo 1: determinar o número de linhas da tabela-verdade

Temos $n = 2$ proposições simples. Logo, o número de linhas é $2^2 = 4$.

Passo 2 e Passo 3: desenhar o esquema da tabela-verdade e atribuir V ou F às proposições simples de maneira alternada

Para obter **((PV~Q)→(P→Q))**, devemos determinar **(PV~Q)**e **(P→Q)**.

Para obter **(PV¬Q)**, devemos determinar **P** e **~Q**.

Para obter ~**Q**, devemos determinar **Q**

Para obter **(P→Q)**, devemos determinar **P** e **Q**.

P	Q	~Q	Pv~Q	P→Q	(Pv~Q)→(P→Q)
V	V				
V	F				
F	V				
F	F				

Passo 4: obter o valor das demais proposições.

~Q tem o valor lógico oposto ao de **Q**.

P	Q	~Q	Pv~Q	P→Q	(Pv~Q)→(P→Q)
V	V	F			
V	F	V			
F	V	F			
F	F	V			

PV~Q é falso quando **P** e **~Q** são ambos falsos. Nos demais casos, é verdadeiro.

P	Q	~Q	Pv~Q	P→Q	(Pv~Q)→(P→Q)
V	V	F	V		
V	F	V	V		
F	V	F	F		
F	F	V	V		

P→Q é falso somente quando o antecedente **P** é verdadeiro e o consequente **Q** é falso. Nos demais casos, é verdadeiro.

P	Q	~Q	Pv~Q	P→Q	(Pv~Q)→(P→Q)
V	V	F	V	V	
V	F	V	V	F	
F	V	F	F	V	
F	F	V	V	V	

Finalmente, **(PV~Q)→(P→Q)** é falso quando o antecedente **(PV~Q)** é verdadeiro e o consequente **(P→Q)** é falso. Nos demais casos, **(PV~Q)→(P→Q)** é verdadeiro.

P	Q	~Q	Pv~Q	P→Q	(Pv~Q)→(P→Q)
V	V	F	V	V	V
V	F	V	V	F	F
F	V	F	F	V	V
F	F	V	V	V	V

Note, portanto, que a proposição **(PV~Q)→(P→Q)** assume a valoração verdadeira para apenas **três** valorações de **P** e **Q**.

Gabarito: Letra D.

QUESTÕES COMENTADAS – CESGRANRIO

Tautologia, contradição e contingência

1.(CESGRANRIO/TRANSPETRO/2018) Qual das proposições abaixo é uma contradição?

a) (P→Q)V¬Q

b) (PΛ¬P)→Q

c) ¬(PVQ)↔(PVQ)

d) (P↔P)Λ(PVQ)

e) (P↔Q)V(QV¬Q)

Comentários:

Para resolver a questão, vamos evitar usar a tabela-verdade;

Sabemos que **contradição** é uma proposição composta cujo **valor lógico é sempre falso**. Vamos verificar as alternativas, **eliminando aquelas em que a proposição composta pode ser verdadeira**.

a) (P→Q)V∼Q. ERRADO.

Para uma disjunção inclusiva "ou" ser verdadeira, basta que um de seus termos seja verdadeiro,

Note que o termo **(P→Q)** apresenta três possibilidades em que ele é verdadeiro: V→V, F→V e F→F. Logo, qualquer que seja o valor de ∼**Q**, **é possível que (P→Q)V∼Q seja verdadeiro**, pois sabemos que um de seus termos, **(P→Q)**, pode ser verdadeiro. Portanto, **não estamos diante de uma contradição**.

b) (PΛ¬P)→Q. ERRADO.

Na condicional em questão, sabemos que o antecedente **(PΛ∼P)** é sempre falso (conforme vimos na teoria da aula). Portanto, o condicional apresentado é da seguinte forma:

$$F \rightarrow Q$$

Trata-se se uma **condicional cujo antecedente é sempre falso**. Logo, **temos uma condicional que é sempre verdadeira**, pois **F**→V e **F**→F são ambos verdadeiros. Portanto, temos uma **tautologia**.

c) ¬(PVQ)↔(PVQ). CERTO. Este é o gabarito.

Lembre-se que, para uma **bicondicional** ser **verdadeira**, **ambos os termos devem apresentar o mesmo valor lógico**.

Note que a bicondicional apresentada é composta por um termo **(PVQ)** e pela sua negação ∼**(PVQ)**:

- Quando **(PVQ)** for verdadeiro, ~**(PVQ)** será falso.
- Quando **(PVQ)** for falso, ~**(PVQ)** será verdadeiro.

Isso significa que a bicondicional em questão poderá apresentar os seguintes formatos:

$$F \leftrightarrow V$$

$$V \leftrightarrow F$$

Logo, a **bicondicional** em questão é **sempre falsa**. Portanto, estamos diante de uma **contradição**.

d) (P↔P)∧(PVQ). ERRADO.

Lembre-se que, para uma **bicondicional** ser **verdadeira**, **ambos os termos devem apresentar o mesmo valor lógico**. Como os dois termos da bicondicional **P↔P** são iguais, **P↔P** é sempre verdadeiro. Logo, a conjunção em questão é:

$$V \wedge (PVQ)$$

Temos, portanto, a conjunção de um termo sempre verdadeiro com o termo (**PVQ**). Note, portanto, que o valor lógico dessa conjunção depende exclusivamente de **(PVQ)**, que pode ser verdadeiro ou falso.

- Se **(PVQ)** for verdadeiro, teremos a conjunção **V** ∧ **V**, que é verdadeira;
- Se **(PVQ)** for falso, teremos a conjunção **V** ∧ **F**, que é falsa;

Veja, portanto, que **(P↔P)∧(PVQ)** **pode ser verdadeira** e, portanto, **não se trata de uma contradição**.

e) (P↔Q)V(QV¬Q). ERRADO.

Vimos na teoria que **PV~P** é uma tautologia, isto é, trata-se de uma proposição sempre verdadeira. Analogamente, (**QV~Q**) é uma tautologia.

Isso significa que a proposição composta apresentada na alternativa, **(P↔Q)V(QV~Q)**, é a disjunção inclusiva de **(P↔Q)** com um termo sempre verdadeiro: **(QV~Q).**

Logo, estamos diante de uma **disjunção inclusiva sempre verdadeira**, pois um de seus termos é sempre verdadeiro. Portanto, temos uma **tautologia**, não uma contradição.

Gabarito: Letra C.

2. (CESGRANRIO/PQS/2012) Dada uma proposição lógica p, é uma contradição a expressão lógica dada por

a) (~p)→p

b) p→(~p)

c) (~p)↔(~p)

d) p∨(~p)

e) p∧(~p)

Comentários:

Para fins didáticos, vamos verificar as demais proposições.

a) (~p)→p. **Contingência**.

Note que:

- Se **p** for verdadeiro, teremos uma condicional da forma **F→V**, que é verdadeira; e
- Se **p** for falso, teremos uma condicional da forma **V→F**, que é falsa.

Logo, **(~p)→p** é uma condicional que pode ser verdadeira ou falsa. Trata-se, portanto, de uma **contingência**.

b) p→(~p). **Contingência**.

Note que:

- Se **p** for verdadeiro, teremos uma condicional da forma **V→F**, que é falsa; e
- Se **p** for falso, teremos uma condicional da forma **F→V**, que é verdadeira.

Logo, **p→(~p)** é uma condicional que pode ser verdadeira ou falsa. Trata-se, portanto, de uma **contingência**.

c) (~p)↔(~p). **Tautologia**.

Sabemos que a bicondicional é **verdadeira** quando **ambas as parcelas apresentam o mesmo valor lógico**. No caso em questão, como ambas as parcelas são iguais, teremos uma bicondicional sempre verdadeira:

- Se **p** for verdadeiro, teremos uma bicondicional da forma **F↔F**, que é verdadeira; e
- Se **p** for falso, teremos uma bicondicional da forma **V↔V**, que é verdadeira.

Logo, **(~p)↔(~p)** é uma bicondicional sempre verdadeira. Trata-se, portanto, de uma **tautologia**.

d) p∨(~p). **Tautologia**.

Conforme visto na teoria da aula, **p∨(~p)** é uma **tautologia**.

p	~p	p∨~p
V	F	V
F	V	V

e) p∧(~p). **Contradição**. **Esse é o gabarito**.

Conforme visto na teoria da aula, **p∧(~p)** é uma **contradição**.

p	~p	p∧~p
V	F	F
F	V	F

Gabarito: Letra E.

3.(CESGRANRIO/PETROBRAS/2012/Adaptada)

p	q	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}	F_{11}	F_{12}	F_{13}	F_{14}
V	V	V	V	V	V	V	V	V	F	F	F	F	F	F	F
F	V	V	V	V	V	F	F	F	V	V	V	F	F	F	F
V	F	V	V	F	F	V	V	F	V	F	F	V	V	F	F
F	F	V	F	V	F	V	F	V	F	V	F	V	F	V	F

Da análise da tabela verdade associada às fórmulas F_i, $1 \leq i \leq 14$, formadas a partir das proposições p e q, onde V significa interpretação verdadeira e F interpretação falsa, conclui-se que

a) $F_4 \cap F_{13}$ é uma tautologia.

b) F_9 implica F_3.

c) $F_3 \leftrightarrow F_{12}$ é uma tautologia.

d) F_1 é uma contradição.

Comentários:

Note que a tabela apresenta proposições compostas dadas por $\mathbf{F_1}$, $\mathbf{F_2}$, ..., $\mathbf{F_{14}}$. Essas proposições compostas são formadas somente pelas proposições simples **p** e **q**.

Vamos comentar cada alternativa.

a) $F_4 \cap F_{13}$ é uma tautologia. ERRADO.

Note que a alternativa usou o símbolo "∩" para se referir ao conectivo "e", mais comumente representado por "∧".

A partir dos valores de $\mathbf{F_4}$ e de $\mathbf{F_{13}}$ fornecidos pela tabela, podemos obter a conjunção $\mathbf{F_4 \wedge F_{13}}$, que é **verdadeira somente quando** $\mathbf{F_4}$ e $\mathbf{F_{13}}$ são **simultaneamente verdadeiros**.

p	q	F4	F13	F4∧F13
V	V	V	F	F
F	V	V	F	F
V	F	F	F	F
F	F	F	V	F

Veja que a conjunção em questão é sempre falsa. Trata-se, portanto, de uma **contradição**, não de uma tautologia.

b) F_9 implica F_3. CERTO.

Ao afirmar que **F_9 implica F_3**, a questão está questionando se a condicional **$F_9 \rightarrow F_3$** é uma tautologia. A partir dos valores de **F_9** e de **F_3** fornecidos pela tabela, podemos obter a condicional **$F_9 \rightarrow F_3$**.

p	q	F_9	F_3	$F_9 \rightarrow F_3$
V	V	F	V	V
F	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	F	V	V	V

Como todos os valores obtidos para **$F_9 \rightarrow F_3$** são verdadeiros, trata-se de uma tautologia. Em outras palavras, **F_9 implica F_3**.

c) $F_3 \leftrightarrow F_{12}$ é uma tautologia. ERRADO.

A partir dos valores de **F_3** e de **F_{12}** fornecidos pela tabela, podemos obter a bicondicional **$F_3 \leftrightarrow F_{12}$**.

p	q	F_3	F_{12}	$F_3 \leftrightarrow F_{12}$
V	V	V	F	F
F	V	V	F	F
V	F	F	V	F
F	F	V	F	F

Note que a bicondicional é sempre falsa. Trata-se, portanto, de uma **contradição**, não de uma tautologia.

d) F_1 é uma contradição. ERRADO.

Note que a proposição composta **F_1,** formada pelas proposições simples **p** e **q**, é sempre verdadeira. Logo, estamos diante de uma **tautologia**.

Gabarito: Letra B.

4.(CESGRANRIO/TRANSPETRO/2012) Dado que W, Y e Z são proposições no contexto do Cálculo Proposicional, podendo assumir valores falsos ou verdadeiros, conclui-se que

a) se W é contradição, então $W \cap Z$ é tautologia.

b) se Y é contradição, então $Y \rightarrow Z$ é tautologia.

c) se Z é tautologia, então $W \cup Z$ é contradição.

d) se W e Y são contradições, então $W \cup Y$ é tautologia.

e) se W e Y são tautologias e Z contradição, então $W \cap (Y \cup Z)$ é contradição.

Comentários:

Antes de avaliar cada alternativa, observe que:

- O símbolo "∩" refere-se ao conectivo "e", mais comumente representado por "∧".
- O símbolo "∪ " refere-se ao conectivo "ou", mais comumente representado por "∨".

a) se W é contradição, então W ∩ Z é tautologia. ERRADO.

Se **W** é uma **contradição**, **W ∩ Z** é a conjunção de **um termo que é sempre falso** com outro termo que pode ser verdadeiro ou falso.

Isso significa que **conjunção** em questão é **sempre falsa**, pois para que uma conjunção seja verdadeira, ambos os termos devem ser verdadeiros.

b) se Y é contradição, então Y → Z é tautologia. CERTO. Este é o gabarito.

Note que, se o antecedente **Y** do condicional em questão é uma contradição, esse antecedente é sempre falso. Isso significa que podemos ter apenas os seguintes casos para a condicional **Y → Z**:

$$F \rightarrow V$$

$$F \rightarrow F$$

Note, portanto, que a condicional será sempre verdadeira. Logo, estamos diante de uma **tautologia**.

c) se Z é tautologia, então W∪Z é contradição. ERRADO.

Para a disjunção inclusiva W∪Z ser falsa, ambos os termos devem ser falsos. Como Z é uma tautologia, um dos termos da disjunção inclusiva é sempre verdadeiro. Consequentemente, a disjunção inclusiva será sempre verdadeira, ou seja, **W∪Z** é uma **tautologia**

d) se W e Y são contradições, então W∪Y é tautologia. ERRADO.

Como **W e Y** são contradições, **W∪Y** será a disjunção inclusiva de dois termos que são sempre falsos. Logo, essa disjunção inclusiva será sempre falsa, isto é, uma **contradição**.

e) se W e Y são tautologias e Z contradição, então W∩(Y∪Z) é contradição. ERRADO.

Se W e Y são tautologias e Z contradição, então podemos definir o valor lógico de **W∩(Y∪Z)**:

$$W \wedge (Y \vee Z)$$

$$V \wedge (V \vee F)$$

$$V \wedge (V)$$

$$V$$

Portanto, se W e Y são tautologias e Z contradição, **W∩(YUZ)** é **sempre verdadeira**, isto é, trata-se de **tautologia**.

Gabarito: Letra B.

5.(CESGRANRIO/PETROBRAS/2011) Moléculas sempre falsas, independentemente do valor lógico das proposições que as compõem, constituem uma

a) contingência

b) contradição

c) equivalência

d) geometria

e) tautologia

Comentários:

Pessoal, "**molécula**", para o nosso contexto, é uma palavra que significa "**proposição composta**".

A questão pergunta pelo termo que define as **proposições compostas que são sempre falsas** independentemente do valor lógico das proposições que as compõem. O termo correspondente é "**contradição**".

Gabarito: Letra B.

6. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2010) Dadas as proposições da lógica sentencial e as explicações, associe a coluna da direita com a coluna da esquerda

I – $(P \rightarrow Q) \rightarrow ((P \vee R) \rightarrow (Q \wedge S))$	X – a proposição é uma tautologia.
II – $(P \rightarrow Q) \rightarrow ((P \wedge R) \rightarrow (Q \vee S))$	Y – a proposição é satisfatível, mas não é uma tautologia.
	Z – a proposição é uma contradição.

As associações corretas são:

a) I - X , II - Y

b) I - X , II - Z

c) I - Y , II - X

d) I - Y , II - Z

e) I - Z , II - X

Comentários:

Antes de resolver a questão, é importante saber que **uma proposição é satisfatível quando houver ao menos um caso em que ela é verdadeira**. Em outras palavras, **uma proposição satisfatível pode ser**:

- Uma **contingência**, caso em que a proposição **satisfatível**, além de admitir o valor verdadeiro, também admite o valor falso; ou
- Uma **tautologia**, caso em que a proposição **satisfatível** admite somente o valor verdadeiro.

Vamos resolver essa questão pelo **método do absurdo**.

Proposição I - (P→Q)→((P∨R)→(Q∧S))

Vamos supor que (P→Q)→((P∨R)→(Q∧S)) seja uma tautologia.

Nesse caso, **devemos tentar aplicar o valor lógico falso à proposição**.

Para a condicional **(P→Q)→((P∨R)→(Q∧S))** ser falsa, devemos ter o caso **V→F**. Logo:

- O antecedente **(P→Q)** deve ser verdadeiro; e
- O consequente **((P∨R)→(Q∧S))** deve ser falso.

Vamos analisar agora a condicional **((P∨R)→(Q∧S))**. Para que ela seja falsa, devemos também ter o caso **V→F**. Logo:

- O antecedente **(P∨R)** deve ser verdadeiro; e
- O antecedente **(P∧S)** deve ser falso.

Note que conseguimos encontrar um caso em que **(P→Q)** e **(P∨R)** são verdadeiros com **(P∧S)** falso. Podemos ter, por exemplo, o caso em que **P**, **Q** e **R** são verdadeiros e **S** é falso.

Nesse caso a condicional original **(P→Q)→((P∨R)→(Q∧S))** é falsa. Veja:

(V→V)→((V∨V)→(V∧F))

(V)→((V)→(F))

(V)→(F)

F

Como a proposição original pode ser falsa, isso significa que **não estamos diante de uma tautologia**.

Como não estamos diante de uma tautologia, **vamos supor que (P→Q)→((P∨R)→(Q∧S)) seja uma contradição**.

Nesse caso, **devemos tentar aplicar o valor lógico verdadeiro à proposição**.

Para a condicional **(P→Q)→((P∨R)→(Q∧S))** seja verdadeira, é necessário que não tenhamos o caso **V→F**, ou seja, é necessário que não tenhamos o caso em que o antecedente **(P→Q)** é verdadeiro ao mesmo tempo em que **((P∨R)→(Q∧S))** é falso.

Veja que **uma possibilidade para que a condicional (P→Q)→((P∨R)→(Q∧S)) seja verdadeira ocorre quando o antecedente (P→Q) é falso**. Nesse caso, com o antecedente falso, não teremos o caso **V→F**.

Para que **(P→Q)** seja falso, o antecedente **P** deve ser verdadeiro e o consequente **Q** deve ser falso.

Note, portanto, que com **P** verdadeiro e **Q** falso, a condicional **(P→Q)→((P∨R)→(Q∧S))** será verdadeira, quaisquer que sejam os valores de **R** e **S**. Nesse caso, teremos:

(V→F)→((V∨R)→(F∧S))

(F)→((V)→(F))

(F)→(F)

V

Como a proposição original pode ser verdadeira, isso significa que **não estamos diante de uma contradição**.

–

Considerando as duas análises, perceba que **(P→Q)→((P∨R)→(Q∧S))** pode ser tanto verdadeira quanto falsa. Logo, a proposição é uma **contingência**.

Sendo uma contingência, **a proposição é satisfatível** (**admite o valor V**), **mas não é uma tautologia**. Logo, a correlação correta para a primeira proposição é "**I - Y**".

Proposição II - (P→Q)→((P∧R)→(Q∨S))

Vamos supor que (P→Q)→((P∧R)→(Q∨S)) seja uma tautologia.

Nesse caso, **devemos tentar aplicar o valor lógico falso à proposição**.

Para a condicional **(P→Q)→((P∧R)→(Q∨S))** ser falsa, devemos ter o caso **V→F**. Logo:

- O antecedente **(P→Q)** deve ser verdadeiro; e
- O consequente **((P∧R)→(Q∨S))** deve ser falso.

Vamos analisar agora a condicional **((P∧R)→(Q∨S))**. Para que ela seja falsa, devemos também ter o caso **V→F**. Portanto:

- O antecedente **(P∧R)** deve ser verdadeiro. Logo, como a conjunção é verdadeira somente quando ambas as parcelas são verdadeiras:
  - **P** deve ser verdadeiro; e
  - **R** deve ser verdadeiro.

- O consequente **(QVS)** deve ser falso. Logo, como a disjunção inclusiva é falsa somente quando ambas as parcelas são falsas:
  - **Q** deve ser falso; e
  - **S** deve ser falso.

Veja que aqui encontramos um **absurdo**. Isso porque obtivemos que **P** deve ser verdadeiro e **Q** deve ser falso ao mesmo tempo em que a condicional **(P→Q)** deve ser verdadeira.

Como acabamos de chegar em um absurdo, note que **a proposição em questão não pode ser falsa**. Logo, trata-se de uma **tautologia**. Logo, a correlação correta para a segunda proposição é "**II - X**".

Portanto, o **gabarito** da questão é a **alternativa C**: **I - Y , II - X**.

Gabarito: Letra C.

7.(CESGRANRIO/PETROBRAS/2010) Considere a seguinte proposição: "na eleição para a presidência, o candidato P será eleito ou não será eleito". Do ponto de vista lógico, a afirmação da proposição constitui um(a)

a) silogismo.

b) contingência.

c) contradição.

d) equivalência.

e) tautologia.

Comentários:

Vamos definir a seguinte proposição simples:

p: " Na eleição para a presidência, o candidato P será eleito."

Note que a negação dessa proposição simples é:

~p: " Na eleição para a presidência, o candidato P **não** será eleito."

Observe que a proposição composta apresentada pelo enunciado corresponde a **pV~p**:

pV~p: "Na eleição para a presidência, o candidato P será eleito **ou não** será eleito."

Trata-se de uma **tautologia** pois, **pV~p** sempre assume o valor verdadeiro.

Gabarito: Letra E.

8.(CESGRANRIO/PETROBRAS/2010) Qual das proposições abaixo é uma tautologia?

a) (q→p)→(p→(q→p))

b) (p→q)∨(p↔q)

c) (¬p∨q)→(q→p)

d) (p→q)→p

e) (p∨q→q)→p

Comentários:

Para resolver essa questão, vamos montar a tabela-verdade em cada alternativa. Quando a proposição for sempre verdadeira, estaremos diante de uma tautologia.

a) (q→p)→(p→(q→p)). CERTO. Este é o gabarito, pois trata-se de uma **tautologia**.

p	q	q→p	p→(q→p)	(q→p)→(p→(q→p))
V	V	V	V	**V**
V	F	V	V	**V**
F	V	F	V	**V**
F	F	V	V	**V**

b) (p→q)∨(p↔q). ERRADO. Temos uma **contingência**.

p	q	p→q	p↔q	(p→q)∨(p↔q)
V	V	V	V	**V**
V	F	F	F	**F**
F	V	V	F	**V**
F	F	V	V	**V**

c) (¬p∨q)→(q→p) ERRADO. Temos uma **contingência**.

p	q	~p	~p∨q	q→p	(~p∨q)→(q→p)
V	V	F	V	V	**V**
V	F	F	F	V	**V**
F	V	V	V	F	**F**
F	F	V	V	V	**V**

d) (p→q)→p. **ERRADO**. Temos uma **contingência**.

p	q	p→q	(p→q)→p
V	V	V	**V**
V	F	F	**V**
F	V	V	**F**
F	F	V	**F**

e) (p∨q→q)→p. **ERRADO**. Temos uma **contingência**.

Lembre-se que, pela ordem de precedência dos conectivos, a disjunção inclusiva precede a condicional, de modo que **(p∨q→q)** **deve ser entendido como ((p∨q)→q)**, **não como (p∨(q→q))**.

p	q	p∨q	(p∨q)→q	((p∨q)→q)→p
V	V	V	V	**V**
V	F	V	F	**V**
F	V	V	V	**F**
F	F	F	V	**F**

Gabarito: Letra A.

9.(CESGRANRIO/TCE-RO/2007) Sejam p e q proposições. Das alternativas abaixo, apenas uma é tautologia. Assinale-a.

a) p∨q

b) p∧q

c) (p∧q)→q

d) (p∨q)→q

e) ~p∧~q

Comentários:

Vamos identificar a alternativa que apresenta uma tautologia, considerando que **p** e **q** são **proposições simples**.

a) p∨q. **ERRADO.**

A alternativa apresenta uma **disjunção inclusiva**, que é falsa quando os termos **p** e **q** são ambos falsos. Nos demais casos, a disjunção inclusiva é verdadeira. Trata-se, portanto, de uma **contingência**.

b) p∧q. **ERRADO.**

A alternativa apresenta uma **conjunção**, que é verdadeira quando os termos **p** e **q** são ambos verdadeiros. Nos demais casos, a conjunção é falsa. Trata-se, portanto, de uma **contingência**.

c) (p∧q)→q. **CERTO.** Este é o **gabarito**.

Vamos mostrar que **(p∧q)→q** é uma tautologia **provando por absurdo**.

Suponha que é possível que a proposição seja falsa. Nesse caso, para a condicional ser falsa:

- O antecedente **(p∧q)** deve ser verdadeiro; e
- O consequente **q** deve ser falso.

Note, porém, que sendo **q** falso, a conjunção **p∧q** deve ser falsa!

Observe, portanto, que chegamos ao **absurdo** de que **p∧q** deve ser verdadeiro e falso ao mesmo tempo. Isso significa que **não é possível que a proposição (p∧q)→q seja falsa**. Trata-se, portanto, de uma **tautologia**.

d) (p∨q)→q. ERRADO.

Para mostrar que a proposição composta não é uma tautologia, podemos montar a sua tabela-verdade e verificar que existe um caso em que ela é falsa.

p	q	p∨q	(p∨q)→q
V	V	V	V
V	F	V	F
F	V	V	V
F	F	F	V

e) ~p∧~q. ERRADO.

A alternativa apresenta uma conjunção de duas proposições simples negadas. Trata-se de uma contingência, como se pode verificar na tabela-verdade a seguir:

p	q	~p	~q	~p∧~q
V	V	F	F	F
V	F	F	V	F
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V

Gabarito: Letra C.

LISTA DE QUESTÕES – CESGRANRIO

Introdução às proposições

1.(CESGRANRIO/PETROBRAS/2010) Qual das proposições a seguir pertence à classe das declarativas, aceitando apenas dois valores que se excluem, verdadeiro (V) ou falso (F)?

a) Escreva um livro.

b) Onde Maria mora?

c) Que belo automóvel é este amarelo!

d) Duas retas de um plano são paralelas ou incidentes.

e) Verifique a instalação elétrica.

GABARITO – CESGRANRIO

Introdução às proposições

1. LETRA D

LISTA DE QUESTÕES – CESGRANRIO

Proposições compostas

1.(CESGRANRIO/PETROBRAS/2018) Sejam p e q duas proposições lógicas simples tais que o valor lógico da implicação (~p)→(~q) é FALSO.

O valor lógico da proposição p∨(~q) é igual ao valor lógico da proposição

a) (~q)→p

b) (~q)→(~p)

c) (~p)∨(~q)

d) (~p)∧q

e) p∧q

2. (CESGRANRIO/LIQUIGÁS/2012) A fórmula (X∧Y)∨(¬X∧Z) é satisfeita quando os valores de X, Y e Z são, respectivamente, iguais a

a) V, F, V

b) V, F, F

c) F, V, F

d) F, F, F

e) F, F, V

3.(CESGRANRIO/PETROBRAS/2011) Para se construir uma proposição composta, são necessárias duas ou mais proposições simples e o uso de

a) cursores

b) conectivos

c) propositivos

d) preemptivos

e) pontes

4. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2010) Qual é o conectivo lógico da proposição "José corre, mas não alcança o ônibus"?

a) Conjunção

b) Condicional

c) Negação

d) Disjunção

e) Disjunção Exclusiva

5. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2010) p→(q→r)

Que valoração torna a fórmula acima falsa?

a) p = falso, q = verdadeiro, r = falso

b) p = falso, q = falso, r = verdadeiro

c) p = verdadeiro, q = falso, r = verdadeiro

d) p = verdadeiro, q = verdadeiro, r = falso

e) p = verdadeiro, q = verdadeiro, r = verdadeiro

6.(CESGRANRIO/TCE-RO/2007) Os amigos André, Carlos e Sérgio contavam histórias acerca de suas incursões futebolísticas. André e Sérgio mentiram, mas Carlos falou a verdade. Então, dentre as opções seguintes, aquela que contém uma proposição verdadeira é:

a) Se Carlos mentiu, então André falou a verdade.

b) Se Sérgio mentiu, então André falou a verdade.

c) Sérgio falou a verdade e Carlos mentiu.

d) Sérgio mentiu e André falou a verdade.

e) André falou a verdade ou Carlos mentiu.

GABARITO – CESGRANRIO

Proposições compostas

1. LETRA E
2. LETRA E
3. LETRA B
4. LETRA A
5. LETRA D
6. LETRA A

LISTA DE QUESTÕES – CESGRANRIO

Conversão da linguagem natural para a proposicional

1.(CESGRANRIO/LIQUIGÁS/2018) O setor de artes gráficas de uma empresa possui um total de 11 funcionários. O coordenador dos recursos humanos da empresa afirmou que, no máximo, oito funcionários do setor se aposentarão até o final de 2019.

A afirmação do coordenador é logicamente equivalente à afirmação

a) No máximo três funcionários do setor se aposentarão até o final de 2019.

b) Pelo menos três funcionários do setor não terão se aposentado até o final de 2019.

c) No mínimo oito funcionários do setor não se aposentarão a partir de 2020.

d) Oito funcionários do setor já se terão aposentado no início de 2020.

e) No mínimo três funcionários já se terão aposentado no início de 2020.

2.(CESGRANRIO/BNDES/2009) Considere a seguinte proposição composta:

"Você não pode dirigir um trator se tiver menos que 1m, a não ser que tenha habilitação especial.", em que:

"∧" representa "e";

"∨" representa "ou";

"¬" representa "negação";

"→" representa implicação;

"↔" representa equivalência.

Proposições primitivas:

P: "Você pode dirigir um trator."

Q: "Você tem menos de 1m."

R: "Você tem habilitação especial."

Qual alternativa simboliza corretamente a proposição?

a) $(Q \wedge \neg R) \rightarrow \neg P$

b) $(Q \vee \neg R) \rightarrow P$

c) $(\neg Q \wedge R) \rightarrow \neg P$

d) $(Q \vee R) \leftrightarrow P$

e) $(Q \wedge R) \leftrightarrow \neg P$

GABARITO – CESGRANRIO

Conversão da linguagem natural para a proposicional

1. LETRA B

2. LETRA A

LISTA DE QUESTÕES - CESGRANRIO

Tabela-verdade

1. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2012) Na lógica sentencial clássica, dada uma linguagem L que contém as proposições p, q e r, quantas linhas deve ter a tabela verdade da proposição $[(\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge r)] \leftrightarrow r$?

a) 4

b) 8

c) 16

d) 24

e) 32

2.(CESGRANRIO/PETROBRAS/2012) Seja a tabela verdade a seguir.

p	q	¬p	¬p→q
V	V		
V	F		
F	V		
F	F		

Quantas vezes, sem considerar os valores já preenchidos, o valor F aparece ao se completar essa tabela?

a) 2

b) 3

c) 4

d) 5

e) 6

3.(CESGRANRIO/BNDES/2011) Ao analisar a documentação de um sistema de informação, um programador observa uma tabela-verdade T formada pelas proposições P, Q, R, X e Y.

Qual o número de linhas de T?

a) 5

b) 11

c) 20

d) 32

e) 50

4.(CESGRANRIO/PETROBRAS/2011) No cálculo proposicional, dada a fórmula (P→Q)→(¬P∧Q), exatamente em quantas valorações do par (P,Q) essa proposição assume o valor verdade?

a) 0

b) 1

c) 2

d) 3

e) 4

5. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2010) x ↔ y possui a mesma tabela verdade que

a) ¬x → y

b) ¬x → ¬y

c) (x → y)∨y

d) (x → y)∧(y → x)

e) (x → y)∨(¬y → x)

6.(CESGRANRIO/PETROBRAS/2010) Uma tabela verdade de proposições é construída a partir do número de seus componentes. Quantas combinações possíveis terá a tabela verdade da proposição composta "O dia está bonito então vou passear se e somente se o pneu do carro estiver cheio."?

a) 1

b) 3

c) 6

d) 8

e) 12

7. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2010) Dada a proposição ((P∨¬Q)→(P→Q)) da lógica sentencial, ela assume a valoração verdadeira para

a) nenhuma valoração de P e Q.

b) apenas uma valoração de P e Q.

c) apenas duas valorações de P e Q.

d) apenas três valorações de P e Q.

e) quatro valorações de P e Q.

GABARITO - CESGRANRIO

Tabela-verdade

1. LETRA B
2. LETRA B
3. LETRA D
4. LETRA C
5. LETRA D
6. LETRA D
7. LETRA D

LISTA DE QUESTÕES – CESGRANRIO

Tautologia, contradição e contingência

1.(CESGRANRIO/TRANSPETRO/2018) Qual das proposições abaixo é uma contradição?

a) $(P \rightarrow Q) \vee \neg Q$

b) $(P \wedge \neg P) \rightarrow Q$

c) $\neg(P \vee Q) \leftrightarrow (P \vee Q)$

d) $(P \leftrightarrow P) \wedge (P \vee Q)$

e) $(P \leftrightarrow Q) \vee (Q \vee \neg Q)$

2. (CESGRANRIO/PQS/2012) Dada uma proposição lógica p, é uma contradição a expressão lógica dada por

a) $(\sim p) \rightarrow p$

b) $p \rightarrow (\sim p)$

c) $(\sim p) \leftrightarrow (\sim p)$

d) $p \vee (\sim p)$

e) $p \wedge (\sim p)$

3.(CESGRANRIO/PETROBRAS/2012/Adaptada)

p	q	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}	F_{11}	F_{12}	F_{13}	F_{14}
V	V	V	V	V	V	V	V	V	F	F	F	F	F	F	F
F	V	V	V	V	V	F	F	F	V	V	V	F	F	F	F
V	F	V	V	F	F	V	V	F	V	F	F	V	V	F	F
F	F	V	F	V	F	V	F	V	F	V	F	V	F	V	F

Da análise da tabela verdade associada às fórmulas F_i, $1 \leq i \leq 14$, formadas a partir das proposições p e q, onde V significa interpretação verdadeira e F interpretação falsa, conclui-se que

a) $F_4 \cap F_{13}$ é uma tautologia.

b) F_9 implica F_3.

c) $F_3 \leftrightarrow F_{12}$ é uma tautologia.

d) F_1 é uma contradição.

4.(CESGRANRIO/TRANSPETRO/2012) Dado que W, Y e Z são proposições no contexto do Cálculo Proposicional, podendo assumir valores falsos ou verdadeiros, conclui-se que

a) se W é contradição, então W ∩ Z é tautologia.

b) se Y é contradição, então Y → Z é tautologia.

c) se Z é tautologia, então W∪Z é contradição.

d) se W e Y são contradições, então W∪Y é tautologia.

e) se W e Y são tautologias e Z contradição, então W∩(Y∪Z) é contradição.

5.(CESGRANRIO/PETROBRAS/2011) Moléculas sempre falsas, independentemente do valor lógico das proposições que as compõem, constituem uma

a) contingência

b) contradição

c) equivalência

d) geometria

e) tautologia

6. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2010) Dadas as proposições da lógica sentencial e as explicações, associe a coluna da direita com a coluna da esquerda

I – $(P \rightarrow Q) \rightarrow ((P \vee R) \rightarrow (Q \wedge S))$ II – $(P \rightarrow Q) \rightarrow ((P \wedge R) \rightarrow (Q \vee S))$	X – a proposição é uma tautologia. Y – a proposição é satisfatível, mas não é uma tautologia. Z – a proposição é uma contradição.

As associações corretas são:

a) I - X , II - Y

b) I - X , II - Z

c) I - Y , II - X

d) I - Y , II - Z

e) I - Z , II - X

7.(CESGRANRIO/PETROBRAS/2010) Considere a seguinte proposição: "na eleição para a presidência, o candidato P será eleito ou não será eleito". Do ponto de vista lógico, a afirmação da proposição constitui um(a)

a) silogismo.

b) contingência.

c) contradição.

d) equivalência.

e) tautologia.

8.(CESGRANRIO/PETROBRAS/2010) Qual das proposições abaixo é uma tautologia?

a) $(q \rightarrow p) \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow p))$

b) $(p \rightarrow q) \vee (p \leftrightarrow q)$

c) $(\neg p \vee q) \rightarrow (q \rightarrow p)$

d) $(p \rightarrow q) \rightarrow p$

e) $(p \vee q \rightarrow q) \rightarrow p$

9.(CESGRANRIO/TCE-RO/2007) Sejam p e q proposições. Das alternativas abaixo, apenas uma é tautologia. Assinale-a.

a) $p \vee q$

b) $p \wedge q$

c) $(p \wedge q) \rightarrow q$

d) $(p \vee q) \rightarrow q$

e) $\sim p \wedge \sim q$

GABARITO – CESGRANRIO

Tautologia, contradição e contingência

1. LETRA C
2. LETRA E
3. LETRA B
4. LETRA B
5. LETRA B
6. LETRA C
7. LETRA E
8. LETRA A
9. LETRA C

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1. 

Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2. 

Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3. 

Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4. 

Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5. 

Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6. 

Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7. 

Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8. 

O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.



Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.