

Aula 00

Polícia Federal (Papiloscopista)
Estatística

Autor:
Equipe Exatas Estratégia
Concursos

28 de Julho de 2025

Índice

1) Apresentação - Papiloscopista de Polícia Federal - Estatística	3
2) Introdução à estatística.	9
3) Noções Iniciais sobre Estatística.	11
4) Método Experimental x Método Estatístico.	15
5) Dados Estatísticos.	16
6) Variáveis Estatísticas.	18
7) Séries Estatísticas.	23
8) Distribuição de Frequências.	28
9) Representação Gráfica das Distribuições de Frequências.	46
10) Outros Gráficos e Representações.	58
11) Questões Comentadas - Conceitos Iniciais - CEBRASPE	80
12) Questões Comentadas - Variáveis Estatísticas - CEBRASPE	82
13) Questões Comentadas - Distribuições de Frequência - CEBRASPE	89
14) Questões Comentadas - Representação Gráfica das Distribuições de Frequências - CEBRASPE	113
15) Questões Comentadas - Outros Gráficos e Representações- CEBRASPE	119
16) Lista de Questões - Conceitos Iniciais - CEBRASPE	123
17) Lista de Questões - Variáveis Estatísticas - CEBRASPE	125
18) Lista de Questões - Distribuições de Frequência - CEBRASPE	130
19) Lista de Questões - Representação Gráfica das Distribuições de Frequências - CEBRASPE	145
20) Lista de Questões - Outros Gráficos e Representações- CEBRASPE	150



APRESENTAÇÃO

Olá, amigos! Tudo bem?

É com grande entusiasmo que damos início ao nosso curso de **Estatística – Papiloscopista Polícia Federal – 2025 (Pós-Edital)** para o concurso da **Polícia Federal (PF)**. Antes de continuarmos, vamos apresentar os professores **Djefferson Maranhão e Luana Brandão**, autores das aulas do **Livro Digital** do presente curso.

Prof. Djefferson Maranhão: Sou Graduado e Mestre em Ciência da Computação pela Universidade Federal do Maranhão (UFMA). Exerço o cargo de Auditor Fiscal do Estado do Maranhão desde 2022. Também já exerci os cargos de Auditor da Controladoria Geral do Estado do Maranhão (2015 - 5º lugar) e de Analista de Sistemas, na UFMA (2010 - 1º lugar) e no TJ-MA (2011 - 1º lugar).

Profª. Luana Brandão: Sou Graduada, Mestre e Doutora em Engenharia de Produção, pela Universidade Federal Fluminense (UFF). Sou Graduada, Mestre e Doutora em Engenharia de Produção, pela Universidade Federal Fluminense. Passei nos concursos de Auditor Fiscal (2009/2010) e Analista Tributário (2009) da Receita Federal e de Auditor Fiscal do Estado do Rio de Janeiro (2010). Sou Auditora Fiscal do Estado do RJ desde 2010. Vamos juntos nesse caminho até a aprovação?

 @professoraluanabrandao

Com os professores devidamente apresentados, vamos conferir o conteúdo-programático de **Estatística** cobrado no edital para o cargo de **Papiloscopista Polícia Federal**, publicado em 20 de maio de 2025:

ESTATÍSTICA: 1 Estatística descritiva e análise exploratória de dados: gráficos, diagramas, tabelas, medidas descritivas (posição, dispersão, assimetria e curtose). 2 Probabilidade. 2.1 Probabilidade e Probabilidade Condicional. 2.2 Conceitos básicos de probabilidade. 2.3 Cálculo de probabilidades condicionais. 2.4 Definições básicas e axiomas. 2.5 Probabilidade condicional e independência. 2.6 Variáveis aleatórias discretas e contínuas. 2.7 Distribuição de probabilidades. 2.8 Função de probabilidade. 2.9 Função densidade de probabilidade. 2.10 Esperança e momentos. 2.11 Distribuições especiais. 2.12 Distribuições condicionais e independência. 2.13 Transformação de variáveis. 2.14 Leis dos grandes números. 2.15 Teorema central do limite. 2.16 Amostras aleatórias. 2.17 Distribuições amostrais. 2.18 Independência de Eventos, Regra de Bayes e Teorema da Probabilidade Total. 2.19 Conceito de independência. 2.20 Aplicação da regra de Bayes. 2.21 Uso do teorema da probabilidade total. 2.21 Variáveis Aleatórias e Funções de Probabilidade. 2.21.1 Definição e exemplos de variáveis aleatórias. 2.21.2 Função de probabilidade (para variáveis discretas) e



função densidade de probabilidade (para variáveis contínuas). 2.22 Principais Distribuições de Probabilidade Discretas e Contínuas. 2.22.1 Distribuição uniforme. 2.22.2 Distribuição de Bernoulli. 2.22.3 Distribuição binomial. 2.22.4 Distribuição normal. 2.23 Medidas de Tendência Central. 2.23.1 Média (aritmética, ponderada, geométrica e harmônica). 2.23.2 Mediana. 2.23.3 Moda. 2.24 Medidas de Dispersão. 2.24.1 Amplitude. 2.24.2 Variância. 2.24.3 Desvio padrão. 2.24.4 Coeficiente de variação. 2.25 Coeficiente de Correlação de Pearson. 2.25.1 Conceito e cálculo da correlação entre duas variáveis. 2.26 Teorema Central do Limite. 2.26.1 Importância do teorema para a distribuição amostral da média. 2.27 Regra Empírica (Regra dos Três Sigma) da Distribuição Normal. 2.27.1 Aproximação da dispersão dos dados na distribuição normal. 2.28 Técnicas de Amostragem. 2.29 Amostragem aleatória simples, estratificada, sistemática e por conglomerados. 2.29.1 Conceitos básicos para determinação do tamanho amostral. 3 Inferência estatística. 3.1 Estimação pontual: métodos de estimação, propriedades dos estimadores, suficiência. 3.2 Estimação intervalar: intervalos de confiança, intervalos de credibilidade. 3.3 Testes de hipóteses: hipóteses simples e compostas, níveis de significância e potência de um teste, teste t de Student, teste qui-quadrado. 4 Análise de regressão linear. 4.1 Critérios de mínimos quadrados e de máxima verossimilhança. 4.2 Modelos de regressão linear. 4.3 Inferência sobre os parâmetros do modelo. 4.4 Análise de variância. 4.5 Análise de resíduos. 5 Técnicas de amostragem: amostragem aleatória simples, estratificada, sistemática e por conglomerados. 5.1 Tamanho amostral.

No curso que preparamos para vocês, cobriremos todos os conteúdos previstos no edital, focando nos temas mais relevantes para a sua preparação! Para facilitar a sua organização, montamos a tabela abaixo, relacionando cada item do edital com a respectiva aula.



CHEGA MAIS



Aula	Conteúdo	Conteúdo programático relacionado	Professor
Aula 00	Apresentação de Dados	1. Estatística descritiva e análise exploratória de dados: gráficos, diagramas, tabelas, medidas descritivas (posição, dispersão, assimetria e curtose). 2.23 Medidas de Tendência Central. 2.23.1 Média (aritmética, ponderada, geométrica e harmônica). 2.23.2 Mediana. 2.23.3 Moda. 2.24 Medidas de Dispersão. 2.24.1 Amplitude. 2.24.2 Variância. 2.24.3 Desvio padrão. 2.24.4 Coeficiente de variação.	Prof. Djefferson Maranhão
Aula 01	Medidas de Posição: Médias		Prof. Djefferson Maranhão
Aula 02	Medidas Separatrizes ou Quantis		Prof. Djefferson Maranhão
Aula 03	Medidas de Posição: Moda		Prof. Djefferson Maranhão
Aula 04	Medidas de Variabilidade ou Dispersão		Prof. Djefferson Maranhão
Aula 05	Assimetria e Curtose		Prof. Djefferson Maranhão
Aula 06	Análise Combinatória	2 Probabilidade. 2.1 Probabilidade e Probabilidade Condicional. 2.2 Conceitos básicos de probabilidade. 2.3 Cálculo de probabilidades condicionais. 2.4 Definições básicas e axiomas. 2.5 Probabilidade condicional e independência. 2.18 Independência de Eventos, Regra de Bayes e Teorema da Probabilidade Total. 2.19 Conceito de independência. 2.20 Aplicação da regra de Bayes. 2.21 Uso do teorema da probabilidade total.	Profa. Luana Brandão
Aula 07	Probabilidade		Profa. Luana Brandão
Aula 08	Variáveis Aleatórias Discretas	2.6 Variáveis aleatórias discretas e contínuas. 2.7 Distribuição de probabilidades. 2.8 Função de probabilidade. 2.9 Função densidade de probabilidade. 2.15 Teorema central do limite. 2.21 Variáveis Aleatórias e Funções de Probabilidade. 2.21.1 Definição e exemplos de variáveis aleatórias. 2.21.2 Função de probabilidade (para variáveis discretas) e função densidade de probabilidade (para variáveis contínuas). 2.22 Principais Distribuições de Probabilidade Discretas e Contínuas. 2.22.1 Distribuição	Profa. Luana Brandão
Aula 09	Distribuições Discretas de Probabilidade		Profa. Luana Brandão
Aula 10	Variáveis Aleatórias Contínuas		Profa. Luana Brandão



Aula 11	Distribuições Contínuas Aleatórias	uniforme. 2.22.2 Distribuição de Bernoulli. 2.22.3 Distribuição binomial. 2.22.4 Distribuição normal 2.27 Regra Empírica (Regra dos Três Sigma) da Distribuição Normal. 2.27.1 Aproximação da dispersão dos dados na distribuição normal.	Profa. Luana Brandão
Aula 12	Distribuições Conjuntas e Momentos de Variáveis Aleatórias	2.10 Esperança e momentos. 2.11 Distribuições especiais. 2.12 Distribuições condicionais e independência. 2.13 Transformação de variáveis.	Profa. Luana Brandão
Aula 13	Lei dos Grandes Números	2.14 Leis dos grandes números.	Profa. Luana Brandão
Aula 14	Teoria da Amostragem	2.28 Técnicas de Amostragem. 2.29 Amostragem aleatória simples, estratificada, sistemática e por conglomerados. 2.29.1 Conceitos básicos para determinação do tamanho amostral. 5 Técnicas de amostragem: amostragem aleatória simples, estratificada, sistemática e por conglomerados.	Profa. Luana Brandão
Aula 15	Estimação Pontual e Intervalar	2.16 Amostras aleatórias. 2.17 Distribuições amostrais. 3 Inferência estatística. 3.1 Estimação pontual: métodos de estimação, propriedades dos estimadores, suficiência. 3.2 Estimação intervalar: intervalos de confiança, intervalos de credibilidade. 3.3 Testes de hipóteses: hipóteses simples e compostas, níveis de significância e potência de um teste, teste t de Student, teste qui-quadrado. 5.1 Tamanho amostral.	Profa. Luana Brandão
Aula 16	Testes de Hipóteses		Profa. Luana Brandão
Aula 17	Regressão Linear Simples	2.25 Coeficiente de Correlação de Pearson. 2.25.1 Conceito e cálculo da correlação entre duas variáveis. 4 Análise de regressão linear. 4.1 Critérios de mínimos quadrados e de máxima verossimilhança. 4.2 Modelos de regressão linear. 4.3 Inferência sobre os parâmetros do modelo. 4.4 Análise de variância. 4.5 Análise de resíduos.	Prof. Djefferson Maranhão
Aula 18	Regressão Múltipla		Prof. Djefferson Maranhão
Aula 19	Análise de Variância		Profa. Luana Brandão



Análise de Incidência

Considerando os temas do conteúdo programático da sua prova e as questões da CEBRASPE das provas anteriores, obtivemos a seguinte análise de incidência:

Aula	Conteúdo (Assistente)	(%)
Aula 00	Apresentação de Dados	4,55%
Aula 01	Medidas de Posição: Médias	3,79%
Aula 02	Medidas Separatrizes ou Quantis	5,30%
Aula 03	Medidas de Posição: Moda	3,03%
Aula 04	Medidas de Variabilidade ou Dispersão	7,58%
Aula 05	Assimetria e Curtose	1,52%
Aula 06	Análise Combinatória	3,03%
Aula 07	Probabilidade	13,64%
Aula 08	Variáveis Aleatórias Discretas	1,52%
Aula 09	Distribuições Discretas de Probabilidade	6,06%
Aula 10	Variáveis Aleatórias Contínuas	1,52%
Aula 11	Distribuições Aleatórias Contínuas	8,33%
Aula 12	Distribuições Conjuntas e Momentos de Variáveis Aleatórias	2,27%
Aula 13	Lei dos Grandes Números	0,00%
Aula 14	Teoria da Amostragem	6,06%
Aula 15	Estimação Pontual e Intervalar	13,64%
Aula 16	Testes de Hipóteses	8,33%
Aula 17	Regressão Linear Simples	8,33%
Aula 18	Regressão Múltipla	1,52%
Aula 19	Análise de Variância	0,00%



Podemos observar que a banca possui alguns conteúdos "preferidos". Por isso, é interessante você se concentrar nas aulas com maior incidência. Entre os assuntos, estão: Medidas de Variabilidade (Aula 04), **Probabilidade** (Aula 07), **Distribuições Discretas e Contínuas** (Aulas 09 e 11), **Estimação Pontual e Intervalar** (Aula 15), **Teste de Hipóteses** (Aula 16) e **Regressão Linear** (Aula 17).

Por fim, saiba que estamos à disposição, no **fórum de dúvidas**, para ajudá-lo com qualquer dúvida que surja ao longo da sua preparação.

Bons estudos, coruja!

JUNTOS ATÉ A APROVAÇÃO



INTRODUÇÃO À ESTATÍSTICA

A origem da estatística remonta às civilizações antigas, em que vários povos coletavam e registravam dados populacionais e econômicos de interesse do Estado. Nessa época, também eram realizadas estimativas das riquezas individuais e familiares, as quais eram utilizadas para determinar o montante de impostos a serem pagos pela população.

O termo estatística se originou da palavra *status*, que significa Estado em latim. O termo era utilizado para designar um conjunto de dados, relativos aos Estados, que os governantes utilizavam com a finalidade de controle fiscal e segurança nacional. O primeiro a utilizar a palavra foi Schmeitzel, ainda no século XVII, em latim. Depois, foi adotada pelo acadêmico alemão Godofredo Achenwall.

A **Estatística** pode ser definida como **a ciência que estuda os processos de coleta, organização, análise e interpretação de dados numéricos variáveis referentes a qualquer fenômeno**. Ou ainda, podemos conceituá-la como **um conjunto de técnicas de coleta, organização, análise e interpretação de dados, aplicáveis a várias áreas do conhecimento, que auxiliam no processo de tomada de decisão**.

Os avanços computacionais tornaram a Estatística mais acessível e permitiram aplicações mais sofisticadas em diferentes áreas do conhecimento. Nesse cenário, os softwares estatísticos passaram a disponibilizar ferramentas antes inimagináveis, voltadas para planejamento de experimentos, teste de hipóteses, cálculos de confiabilidade, criação de gráficos complexos e elaboração de modelos preditivos.

A Estatística pode ser dividida em três grandes ramos: Estatística Descritiva (ou dedutiva), Estatística Probabilística e Estatística Inferencial (ou indutiva). Alguns autores, porém, consideram a Estatística Probabilística como parte da Estatística Inferencial.

A **Estatística Descritiva (ou Dedutiva)** é **responsável pela coleta, organização, descrição e resumo dos dados observados**. A partir de um determinado conjunto de dados, a Estatística Descritiva busca organizá-los em tabelas (ou gráficos) e estabelecer um sumário por meio de medidas descritivas como a média, os valores mínimo e máximo, o desvio padrão, entre outras.

A **Estatística Probabilística** é **responsável por estabelecer o modelo matemático probabilístico adotado para explicar os fenômenos aleatórios investigados pela Estatística**. Os resultados desses fenômenos aleatórios podem variar de uma observação para outra, o que dificulta muito a previsão de um resultado futuro. Por isso, a Teoria da Probabilidade é usada para medir a chance de ocorrência de determinados eventos.

A **Estatística Inferencial (ou Indutiva)** é **responsável pela análise e interpretação dos dados**. A partir da análise de dados de uma amostra, a Estatística Indutiva estabelece inferências e previsões sobre a população, auxiliando na tomada de decisões. Além disso, busca generalizar conclusões a respeito da população a partir de uma amostra, analisando a representatividade, a significância e a confiabilidade dos resultados obtidos.





ESTATÍSTICA DESCRITIVA

É responsável pela coleta, organização, descrição e resumo dos dados observados.

ESTATÍSTICA PROBABILÍSTICA

É responsável por estabelecer o modelo matemático adotado para explicar fenômenos aleatórios.

ESTATÍSTICA INFERENCIAL

É responsável pela análise e interpretação dos dados.



(VUNESP/Câmara Municipal de São Carlos/2013) Trata-se da estatística que tem as atribuições de obtenção, organização, redução e representação de dados estatísticos, bem como a obtenção de algumas informações que auxiliam na descrição de um fenômeno observado. Esta estatística é denominada

- a) Coletora.
- b) Celetista.
- c) Populacional.
- d) Amostral.
- e) Descritiva.

Comentários:

A Estatística está dividida em três grandes ramos, a saber:

- a) **Estatística Descritiva (ou Dedutiva)** - responsável pela coleta (ou obtenção), organização, redução e representação de dados estatísticos;
- b) **Estatística Probabilística** - responsável por estabelecer o modelo matemático probabilístico adotado para explicar os fenômenos aleatórios investigados pela Estatística; e
- c) **Estatística Inferencial (ou Indutiva)** - responsável pela análise e interpretação dos dados.

Portanto, a alternativa correta é a letra E.

Gabarito: E.



CONCEITOS INICIAIS

Neste tópico, apresentaremos alguns conceitos iniciais da estatística que costumam ser abordados em provas de concursos públicos, dentre os quais podemos citar: população, amostra, censo, amostragem, parâmetros e estatísticas.

População

Uma **POPULAÇÃO** é um conjunto que contém **TODOS OS INDIVÍDUOS, OBJETOS OU ELEMENTOS** a serem estudados, que apresentam uma ou mais características em comum. A população pode ser finita, quando apresenta um número pequeno ou limitado de observações; ou infinita, quando apresenta um número muito grande ou ilimitado de observações.

Amostra

Uma **AMOSTRA** é um **SUBCONJUNTO EXTRAÍDO DA POPULAÇÃO** para análise, devendo ser representativo daquele grupo. A partir das informações colhidas da amostra, os resultados obtidos podem ser utilizados para generalizar, inferir ou tirar conclusões acerca da população. Como exemplo, podemos citar as pesquisas eleitorais, em que uma amostra de eleitores deve ser extraída de acordo com a proporcionalidade de gênero, idade, grau de instrução e classe social.

Censo

O **CENSO**, ou recenseamento, é um estudo dos dados relativos a **TODOS** os elementos de uma população. O censo pode custar muito caro e demandar um tempo considerável, de forma que um estudo considerando apenas uma parcela da população pode ser uma alternativa mais simples, rápida e menos onerosa. Como exemplos, podemos citar a pesquisa sobre o grau de escolaridade dos habitantes brasileiros, o estudo sobre a renda dos brasileiros e a pesquisa de emprego.

Amostragem

A **AMOSTRAGEM** é um processo que consiste na **SELEÇÃO CRITERIOSA** dos elementos a serem submetidos à investigação. Se forem cometidos erros no processo de seleção da amostra, muito provavelmente, o estudo ficará comprometido e os resultados serão tendenciosos. Portanto, devemos garantir que a amostra seja representativa da população. Isso significa que, com exceção de pequenas discrepâncias inerentes à



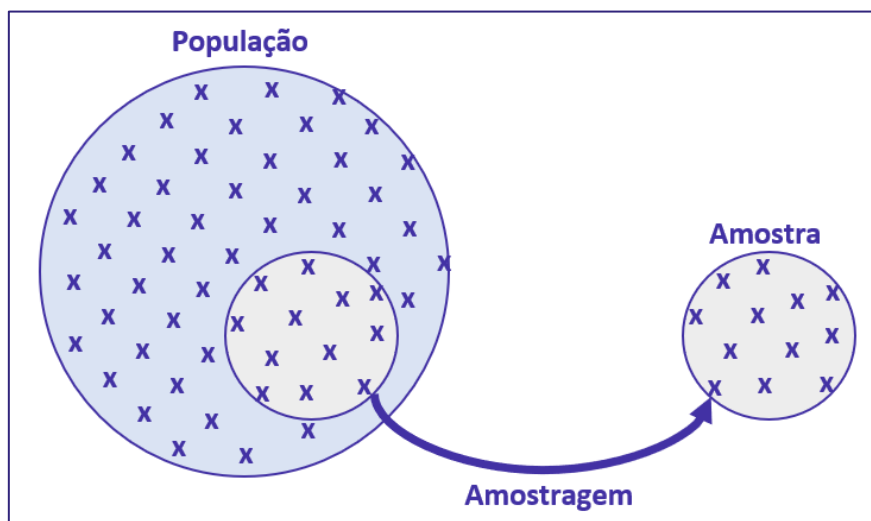
aleatoriedade existente no processo de amostragem, uma amostra deve possuir as mesmas características básicas da população, no que diz respeito às variáveis que desejamos pesquisar.

Parâmetros

Os **PARÂMETROS** são **DESCRIÇÕES NUMÉRICAS** de **CARACTERÍSTICAS POPULACIONAIS** que raramente são conhecidas. Em geral, é muito caro ou demorado obter os dados da população inteira. Assim, **algumas medidas precisam ser estimadas a partir de critérios ou métodos definidos pelo pesquisador**, para representar características desconhecidas de uma população (por exemplo, a proporção de homens e mulheres na população brasileira). Normalmente, os parâmetros populacionais são constantes para uma população.

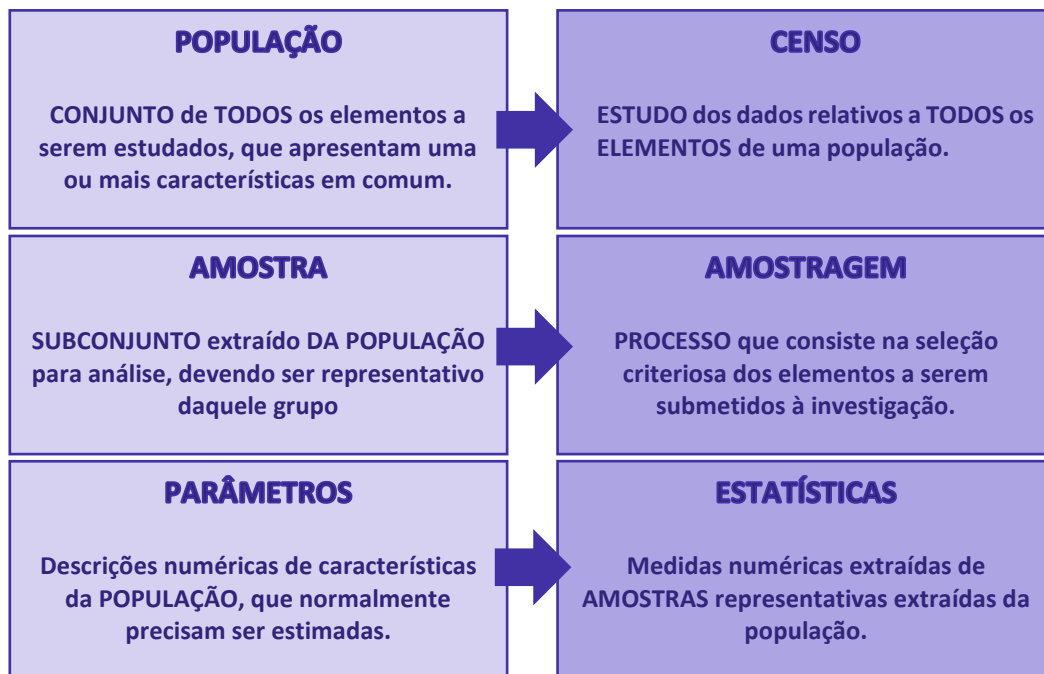
Estatística (ou estimador)

As **ESTATÍSTICAS** são **MEDIDAS NUMÉRICAS OBTIDAS DE AMOSTRAS** representativas extraídas da população. A partir das informações colhidas da amostra, as **estatísticas amostrais obtidas podem ser utilizadas para inferir ou tirar conclusões acerca dos parâmetros populacionais**, como a proporção de homens e mulheres na população brasileira. De forma resumida, as estatísticas (ou estimadores) são **descrições numéricas de características amostrais**. Normalmente, as estatísticas amostrais diferem de uma amostra para outra.





ESQUEMATIZANDO



HORA DE PRATICAR!

(VUNESP/Pref. Valinhos/2019) O grupo completo de unidades elementares de pessoas, objetos ou coisas é denominado, para a estatística, de

- a) Amostra.
- b) Unidades.
- c) Censo.
- d) População.
- e) Variáveis.

Comentários:

Para resolvermos a questão vamos conceituar cada uma das alternativas:



- Letra A: amostra é um subconjunto de uma população. Os dados coletados e/ou selecionados de uma população estatística por um procedimento definido, denotado de amostragem.
- Letra B: unidades são elementos da amostra (unidades amostrais) ou da população (unidade populacional).
- Letra C: censo consiste na análise de todos os elementos da população.
- Letra D: população é o grupo completo de unidades elementares de pessoas, objetos ou coisas, ou seja, constitui todo o universo de informações de que se necessita.
- Letra E: variável é a característica de relevância que é medida em cada componente da amostra ou população. As variáveis podem ter valores numéricos (variáveis quantitativas) ou não numéricos (variáveis qualitativas).

Gabarito: D.

(CESPE/DEPEN/2015) O diretor de um sistema penitenciário, com o propósito de estimar o percentual de detentos que possuem filhos, entregou a um analista um cadastro com os nomes de 500 detentos da instituição para que esse profissional realizasse entrevistas com os indivíduos selecionados.

A partir dessa situação hipotética e dos múltiplos aspectos a ela relacionados, julgue o item, referente a técnicas de amostragem.

A diferença entre um censo e uma amostra consiste no fato de esta última exigir a realização de um número maior de entrevistas.

Comentários:

Um censo é a análise de todos os elementos de determinada população. Trabalhamos com uma amostra quando obtemos informações de apenas uma parte dessa população. Portanto, o censo requer a realização de um número maior de entrevistas.

Gabarito: Errado.



MÉTODO EXPERIMENTAL X MÉTODO ESTATÍSTICO

Para a investigação de um fenômeno, temos a nossa disposição dois métodos: **experimental** e **estatístico**. De forma resumida, o **MÉTODO EXPERIMENTAL** consiste em **manter constantes as causas (fatores), com exceção de uma, que é variada para que seus efeitos sejam descobertos**. Contudo, nem sempre poderemos aplicar o método experimental, pois os fatores que afetam um fenômeno podem não permanecer constantes enquanto variamos a causa que nos interessa.

Por exemplo, para analisarmos uma queda nas vendas de uma empresa nacional que produz chocolates finos, teríamos que considerar vários fatores que não necessariamente permanecerão constantes durante toda a investigação do fenômeno, tais como a região, o fluxo de turistas na localidade; a temperatura média; o preço do concorrente; o mês de férias; etc.

Assim, diante da impossibilidade de manter as causas ou fatores constantes, o **MÉTODO ESTATÍSTICO** **admite e registra todas as possíveis variações das causas presentes, procurando determinar a influência de cada fator no resultado final**. Dessa forma, o método estatístico busca descobrir relações entre os fatores, como, por exemplo, a influência da temperatura média e do fluxo de turistas na venda de chocolates finos.



ESQUEMATIZANDO

MÉTODO EXPERIMENTAL

As **CAUSAS** são mantidas **CONSTANTES**, **COM EXCEÇÃO DE UMA**, que é **VARIADA** para que seus efeitos sejam descobertos.

MÉTODO ESTATÍSTICO

Admite e **REGISTRA TODAS AS POSSÍVEIS VARIAÇÕES DAS CAUSAS PRESENTES**, procurando determinar a influência de cada fator no resultado.

DADOS ESTATÍSTICOS

Os **dados estatísticos** constituem os valores resultantes da **coleta de dados**. Os dados referem-se a um **conjunto de valores**, os quais são organizados por meio de **variáveis** (a característica está sendo medida) e **observações** (elementos da amostra/população). É o caso, por exemplo, dos valores obtidos na pesquisa de peso, altura, idade e sexo de uma determinada amostra de indivíduos/população.

Com relação ao número de observações coletadas, os dados são classificados em **univariados**, **bivariados** ou **multivariados**:

- a) **dados univariados**: quando uma única observação de cada indivíduo é registrada. Por exemplo: peso;
- b) **dados bivariados**: quando duas observações de cada indivíduo são registradas. Por exemplo: peso e altura;
- c) **dados multivariados**: quando mais duas observações acerca de cada indivíduo são registradas. Por exemplo: peso, altura, sexo e idade.

Quanto à forma de apresentação, os dados podem ser classificados em **dados brutos** ou **rol**.

Dados Brutos

Os **dados brutos** são aqueles que **não foram numericamente organizados em ordem crescente ou decrescente**, ou seja, **estão na forma como foram coletados**. Como exemplo de dados brutos, podemos citar uma relação dos tempos médios de estudo diário, em minutos, de 50 alunos do Estratégia, em que a seleção dos alunos ocorreu de forma aleatória, não havendo qualquer ordenação de valores.

Aluno	Tempo	Aluno	Tempo	Aluno	Tempo	Aluno	Tempo	Aluno	Tempo
1	143	11	113	21	170	31	124	41	105
2	142	12	143	22	158	32	137	42	154
3	161	13	159	23	123	33	153	43	99
4	126	14	168	24	96	34	129	44	114
5	134	15	123	25	98	35	148	45	161
6	137	16	135	26	135	36	173	46	128
7	171	17	135	27	129	37	126	47	175
8	85	18	175	28	126	38	104	48	137
9	155	19	115	29	103	39	157	49	165
10	171	20	89	30	171	40	127	50	115

Esse tipo de tabela, em que os elementos não aparecem numericamente ordenados, é denominada de **tabela primitiva**. A **tabela primitiva**, em geral, **oferece pouca ou nenhuma informação ao leitor**, sendo necessário haver uma organização dos dados, a fim de torná-los mais expressivos.



Rol

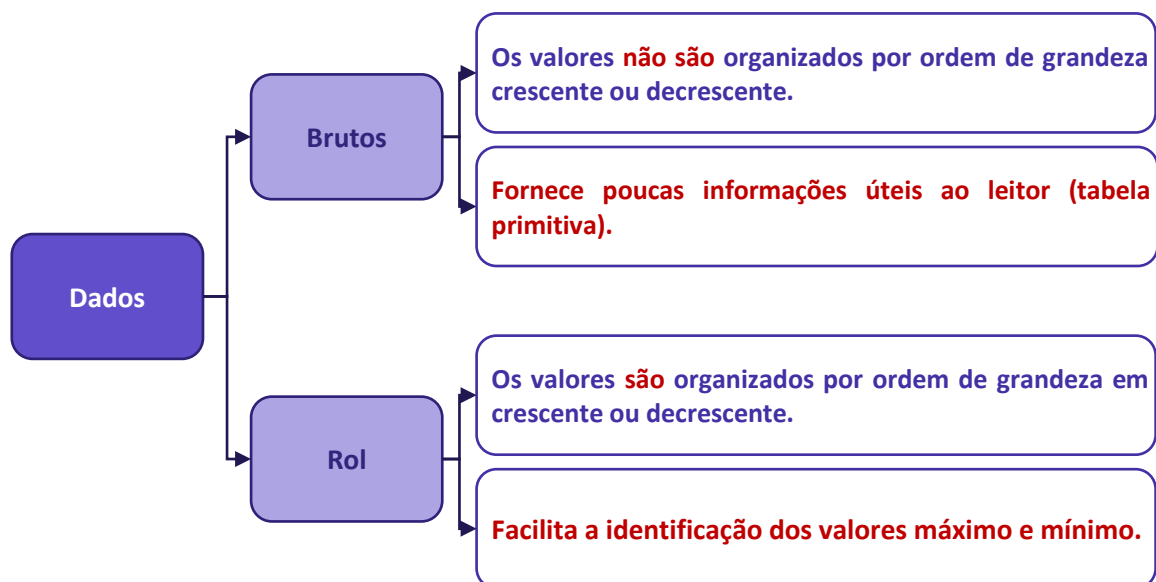
O **rol** é a organização dos dados brutos em ordem de grandeza crescente ou decrescente. Com os dados organizados em rol, podemos saber, com facilidade, qual o menor e o maior elemento de um conjunto de dados. Os dados do nosso exemplo, isto é, os tempos médios de estudo diário, podem ser organizados em ordem crescente ou decrescente:

Rol (em ordem crescente)				
85	115	129	143	161
89	115	129	143	165
96	123	134	148	168
98	123	135	153	170
99	124	135	154	171
103	126	135	155	171
104	126	137	157	171
105	126	137	158	173
113	127	137	159	175
114	128	142	161	175

Rol (em ordem decrescente)				
175	161	142	128	114
175	159	137	127	113
173	158	137	126	105
171	157	137	126	104
171	155	135	126	103
171	154	135	124	99
170	153	135	123	98
168	148	134	123	96
165	143	129	115	89
161	143	129	115	85



RESUMINDO



VARIÁVEIS ESTATÍSTICAS

A **variável estatística** consiste no **conjunto de características que desejamos averiguar estatisticamente**. Ela também pode ser definida como o **objeto da pesquisa estatística**. Por exemplo, se nosso interesse é conhecer quantas horas os alunos do Estratégia estudam diariamente, então nossa variável é o número de horas estudadas por dia. As variáveis estatísticas podem ser classificadas, inicialmente, em duas categorias: **qualitativas** e **quantitativas**.

Variáveis Qualitativas

As **variáveis qualitativas** são as características que **não podem ser descritas de forma numérica**, mas que podem ser definidas por meio de **qualidades (atributos ou categorias) do indivíduo pesquisado**. Elas podem ser classificadas em **nominais** ou **ordinais**:

- a) **variável qualitativa nominal (ou categórica)**, as possíveis categorias **não podem** ser ordenadas. Por exemplo, a cor dos olhos dos moradores de uma determinada cidade (pretos, castanhos, azuis e verdes);
- b) **variável qualitativa ordinal**, as possíveis categorias **podem** ser ordenadas de alguma forma. Por exemplo, o grau de instrução dos funcionários de um determinado órgão (fundamental, médio, superior).

Variáveis Quantitativas

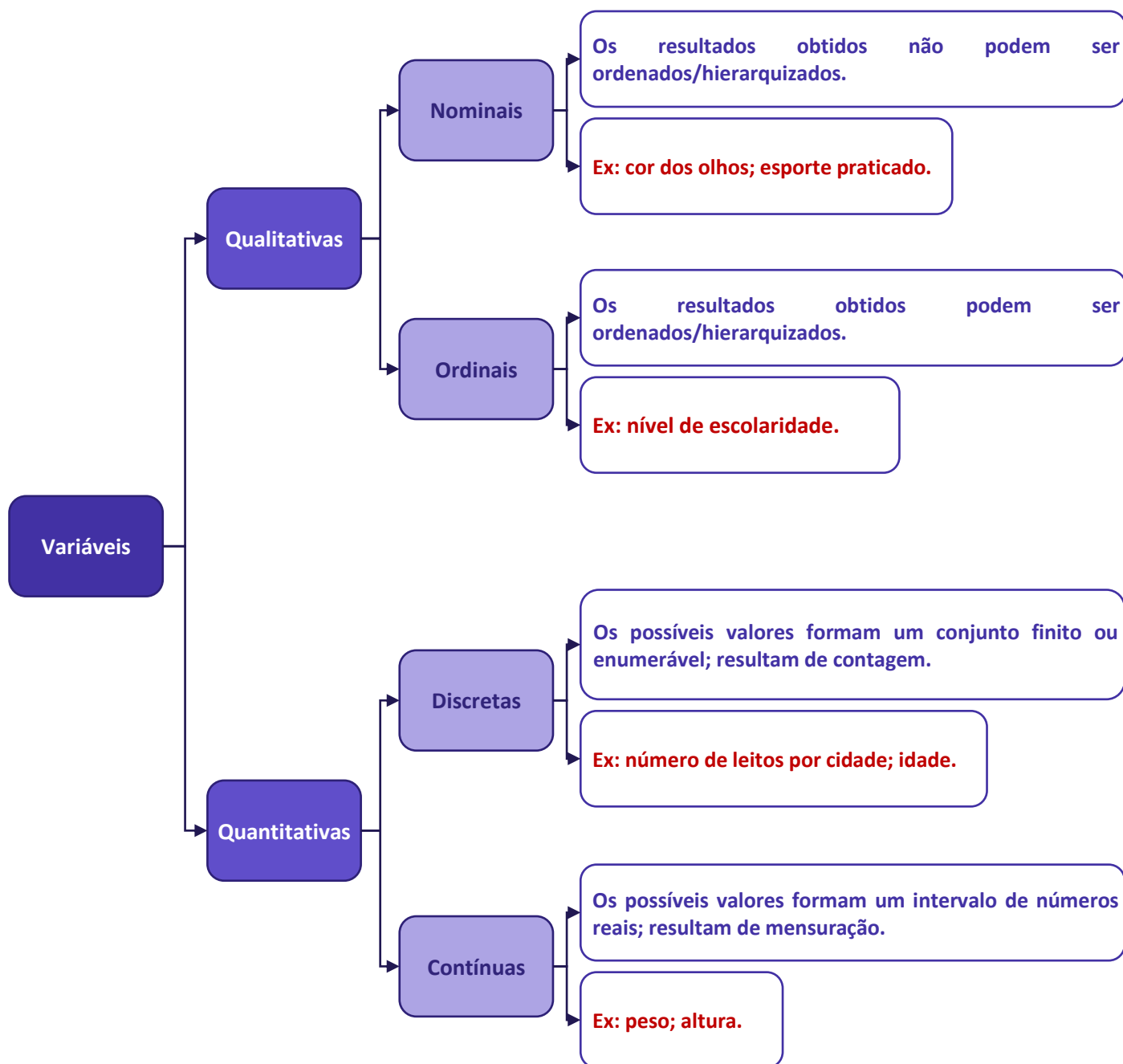
As **variáveis quantitativas** são características que podem ser descritas em termos de quantidades (valores numéricos), obtidas por meio de contagem ou mensuração. Elas podem ser classificadas em **discretas** e **contínuas**:

- a) **variáveis quantitativas discretas**, os possíveis valores formam um conjunto finito ou enumerável de números e, geralmente, **resultam de um processo de contagem**. O número de ocorrências da característica em análise pode ser contado. Por exemplo, o número de leitos abertos em hospitais de uma determinada cidade;
- b) **variáveis quantitativas contínuas**, os possíveis valores formam um intervalo de números reais e, normalmente, **resultam de um processo de mensuração**. A característica pode ser medida em uma escala contínua, a qual podem ser associados um número infinito de possíveis valores, de modo a não haver lacunas ou interrupções. Por exemplo, a altura dos moradores de uma determinada cidade.





RESUMINDO





(VUNESP/CM São Joaquim Barra/2018) A Estatística descritiva faz uso de variáveis, que são classificadas como quantitativas ou qualitativas. Assinale a alternativa correta em relação a essas variáveis.

- a) Quantitativas referem-se às variáveis ordinal ou discreta; as qualitativas referem-se às variáveis nominal ou contínua.
- b) Quantitativas referem-se às variáveis ordinal ou contínua; as qualitativas referem-se às variáveis nominal ou discreta.
- c) Quantitativas referem-se às variáveis nominal ou contínua; as qualitativas referem-se às variáveis discreta ou ordinal.
- d) Quantitativas referem-se às variáveis contínua ou discreta; as qualitativas referem-se às variáveis nominal ou ordinal.
- e) Quantitativas referem-se às variáveis nominal ou ordinal; as qualitativas referem-se às variáveis contínua ou discreta.

Comentários:

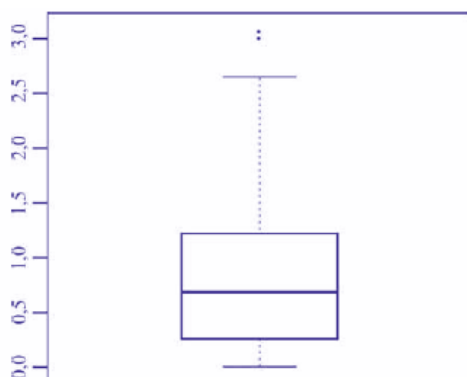
As variáveis podem ser classificadas em:

a) variáveis quantitativas: são as características que podem ser medidas em uma escala quantitativa, isto é, numérica. Elas podem ser **contínuas** ou **discretas**.

b) variáveis qualitativas (ou categóricas): são as características que não possuem valores quantitativos. Nesse caso, são definidas por várias categorias, ou seja, representam uma classificação dos indivíduos. Elas podem ser **nominais** ou **ordinais**.

Gabarito: D.

(CESPE/TCE-PA/2016)



média amostral	0,80
desvio padrão amostral	0,70
primeiro quartil	0,25
mediana	0,70
terceiro quartil	1,20
mínimo	0
máximo	3,10



Um indicador de desempenho X permite avaliar a qualidade dos processos de governança de instituições públicas. A figura mostra, esquematicamente, a sua distribuição, obtida mediante estudo amostral feito por determinada agência de pesquisa. A tabela apresenta estatísticas descritivas referentes a essa distribuição.

Com base nessas informações, julgue o item a seguir.

X representa uma variável qualitativa ordinal.

Comentários:

As variáveis podem ser classificadas em:

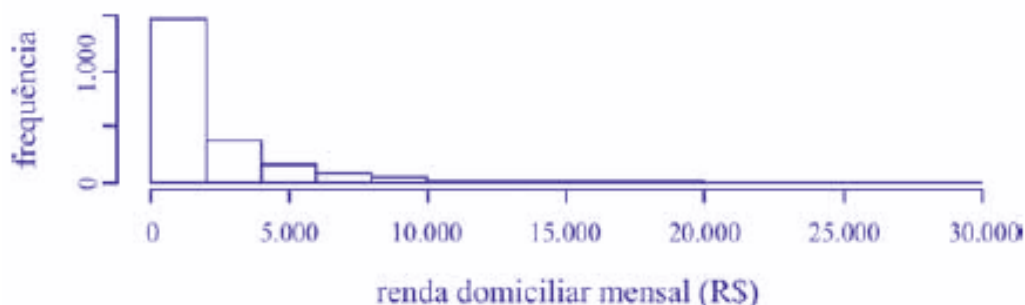
a) variáveis quantitativas: são as características que podem ser representadas numericamente, isto é, podem ser medidas em uma escala quantitativa, podendo ser contínuas ou discretas.

b) variáveis qualitativas (ou categóricas): são as características que não podem ser expressas numericamente, ou seja, não possuem valores quantitativos. Elas são definidas por categorias que classificam os indivíduos, podendo ser nominais ou ordinais.

Analisando as informações dadas na questão, percebemos que X pode adotar valores que vão de 0 (mínimo) a 3,10 (máximo). Logo, como X assume valores numéricos, dizemos que ela é uma variável quantitativa.

Gabarito: Errado.

(CESPE/TELEBRAS/2015)



Uma empresa coletou e armazenou em um banco de dados diversas informações sobre seus clientes, entre as quais estavam o valor da última fatura vencida e o pagamento ou não dessa fatura. Analisando essas informações, a empresa concluiu que 15% de seus clientes estavam inadimplentes. A empresa recolheu ainda dados como a unidade da Federação (UF) e o CEP da localidade em que estão os clientes. Do conjunto de todos os clientes, uma amostra aleatória simples constituída por 2.175 indivíduos prestou também informações sobre sua renda domiciliar mensal, o que gerou o histograma apresentado. Com base nessas informações e no histograma, julgue o item a seguir.

O CEP da localidade dos clientes e o valor da última fatura vencida são variáveis quantitativas.

Comentários:

O CEP, embora possua uma representação numérica, não exprime quantidades e, portanto, não é uma variável quantitativa. Esse código número apenas qualifica as ruas de um determinado endereço, podendo ser classificada como uma variável qualitativa.



O valor da última fatura vencida, por sua vez, é sim uma variável quantitativa.

Gabarito: Errado.

(CESPE/TELEBRAS/2015) Roberto comprou, por R\$ 2.800,00, rodas de liga leve para seu carro, e, ao estacionar no shopping, ficou indeciso sobre onde deixar o carro, pois, caso o coloque no estacionamento público, correrá o risco de lhe roubarem as rodas, ao passo que, caso o coloque no estacionamento privado, terá de pagar R\$ 70,00, com a garantia de que eventuais prejuízos serão ressarcidos pela empresa administradora.

Considerando que p seja a probabilidade de as rodas serem roubadas no estacionamento público, que X seja a variável aleatória que representa o prejuízo, em reais, ao deixar o carro no estacionamento público, e que Y seja a variável aleatória que representa o valor, em reais, desembolsado por Roberto ao deixar o carro no estacionamento pago, julgue o item subsequente.

A variável aleatória Y é contínua.

Comentários:

As variáveis quantitativas podem ser classificadas em:

- a) variáveis contínuas: características mensuráveis que assumem valores em uma escala contínua, nesse caso, valores fracionários fazem sentido;
- b) variáveis discretas: características mensuráveis que podem assumir apenas um número finito ou infinito contável de valores e, assim, somente fazem sentido valores inteiros.

No problema em questão, a variável aleatória Y pode assumir o valor R\$ 70,00, se Roberto deixar o carro no estacionamento pago; ou o valor R\$ 0,00, se Roberto não deixar o carro no estacionamento pago. Portanto, Y é uma variável aleatória discreta.

Gabarito: Errado.



SÉRIES ESTATÍSTICAS

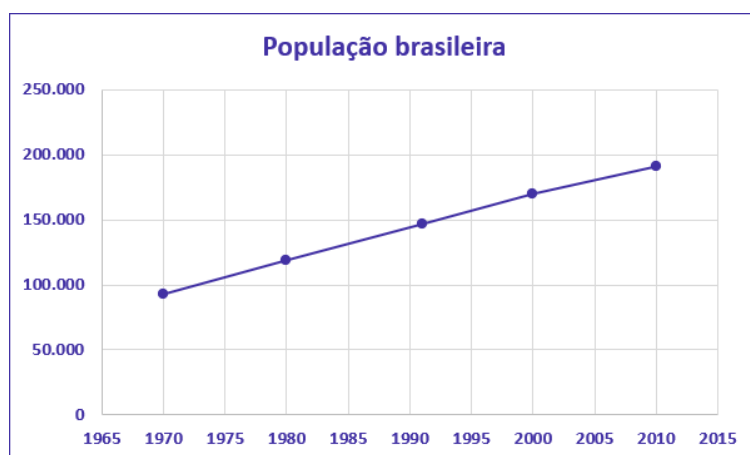
Uma **série estatística** consiste em um conjunto de dados organizado com base em uma **característica comum, ou seja, uma mesma variável**. Normalmente, uma série estatística é representada por meio de uma **tabela** ou de um **gráfico**, conforme ficar melhor representado, a fim de sintetizar os dados estatísticos observados e torná-los mais compreensivos.

Uma **tabela** é, basicamente, um quadro que resume um conjunto de observações, sendo composta de:

- a) corpo – conjunto de linhas e colunas com as informações sobre a variável em estudo;
- b) cabeçalho – parte superior que especifica o conteúdo das colunas;
- c) coluna indicadora – parte que indica o conteúdo das linhas;
- d) linhas – traços que facilitam a leitura dos dados;
- e) célula – espaço onde os dados são armazenados;
- f) título – identificação da tabela, contendo as informações sobre seu conteúdo;
- g) fonte – referência de onde os dados foram obtidos, localizada no rodapé.

População brasileira no período de 1970 a 2010 (x1000)		
Anos	População	
1970	93.134	Linhas
1980	119.011	
1991	146.825	
2000	169.799	
2010	190.755	
Fonte: Censo Demográfico (2010)		Coluna numérica

Um **gráfico** é uma **forma clara e objetiva** de apresentar uma **série estatística**. O objetivo é **proporcionar uma compreensão mais rápida do fenômeno em estudo**. Para isso, o gráfico deve ser destituído de detalhes sem importância (**ser simples**); permitir a correta interpretação dos valores representativos do fenômeno (**ser claro**); e transmitir a verdade sobre o fenômeno (**ser verossímil**). A série estatística apresentada na tabela anterior pode ser representada graficamente da seguinte forma:





Tabela

- Quadro que resume um conjunto de observações.
- Composta de cabeçalho, corpo, coluna indicadora, linhas, células, título e fonte.

Gráfico

- Forma simples e clara de apresentar uma série estatística.
- Proporcionar uma compreensão mais rápida do fenômeno em estudo.
- Deve ser simples, claro e verossímil.

Finalmente, podemos verificar a presença de **três elementos** nas séries estatística: o **tempo**, o **espaço** e a **espécie**. Conforme os elementos variem, a série pode ser classificada em **temporal** (ou cronológica), **geográfica** (ou territorial) e **específica**.

Séries Temporais (ou Cronológicas)

É a série cujos dados são **dispostos segundo a época de ocorrência**. Isto é, enquanto o **tempo varia**, o **fato e o local permanecem constantes**. Também são chamadas de séries **históricas** ou **evolutivas**. A principal característica é o **fator cronológico variável**.

A seguir temos a série histórica da população residente no Brasil no período de 1970 a 2010, com frequência decenal. Percebam que o **tempo varia**; contudo, o fato que está sendo analisado (quantidade populacional) e o local alvo da pesquisa (Brasil), continuam iguais.

População brasileira no período de 1970 a 2010 (x1000)

Anos	População
1970	93.134
1980	119.011
1991	146.825
2000	169.799
2010	190.755

Fonte: Censo Demográfico (2010)



Séries Geográficas (ou Territoriais)

É a série cujos dados são dispostos **segundo a localidade de ocorrência**. Isto é, enquanto o **local varia**, o **fato e o tempo permanecem constantes**. Também são chamadas de séries **espaciais** ou de **localização**. A principal característica é o **fator geográfico variável**.

A seguir temos a série geográfica da população urbana residente em cada uma das regiões brasileiras no ano de 2010. Percebam que o **local (região) varia**; contudo, o fato que está sendo analisado (quantidade populacional) e o tempo (ano de 2010) permanecem constantes.

População Urbana em 2010 (x1000)	
Região	População
Norte	11.664
Nordeste	38.821
Sudeste	74.696
Sul	23.260
Centro-Oeste	12.482

Fonte: Censo Demográfico (2010)

Séries Específicas

É a série cujos dados são dispostos **segundo a modalidade de ocorrência**. Isto é, enquanto o **fato varia**, a **época e o local permanecem constantes**. Também são chamadas de séries **categóricas**. A principal característica é o **fator especificativo variável**.

A seguir temos uma série específica das populações urbana e rural residentes no Brasil no ano de 2010. Percebam que os fatos analisados variam (população urbana x população rural); contudo, o tempo (2010) e o local de análise (Brasil) são constantes.

População Urbana e Rural em 2010 (x1000)	
Zona	População
Urbana	93.134
Rural	119.011
Total	190.755

Fonte: Censo Demográfico (2010)



Séries Mistas (ou Compostas)

Muitas vezes, podemos ter a necessidade de apresentar, em uma única tabela, a variação de valores de mais de uma variável, isto é, combinar duas ou mais séries. As séries resultantes desse processo de combinação são chamadas de **séries mistas (ou compostas)** e apresentadas por meio de **tabelas de dupla entrada**.

O nome da nova série deve levar em consideração pelo menos dois elementos. Assim, **se for uma série mista de fato e tempo, denominaremos de série específico-temporal**. A seguir temos uma série específico-temporal representando as populações de homens e mulheres residentes no Brasil, no período de 1970 a 2010, com variação decenal.

População do Brasil por Sexo de 1970 a 2010 (x1000)

Anos	Sexo	
	Homens	Mulheres
1970	46.327	46.807
1980	59.142	59.868
1991	72.485	74.340
2000	83.602	86.270
2010	93.406	97.348

Fonte: Censo Demográfico (2010)

Por sua vez, **se tivermos uma série mista de local e tempo, denominaremos de série geográfica-temporal**. A seguir temos uma série geográfico-temporal representando as populações residentes em cada região brasileira, no período de 1970 a 2010, com variação decenal.

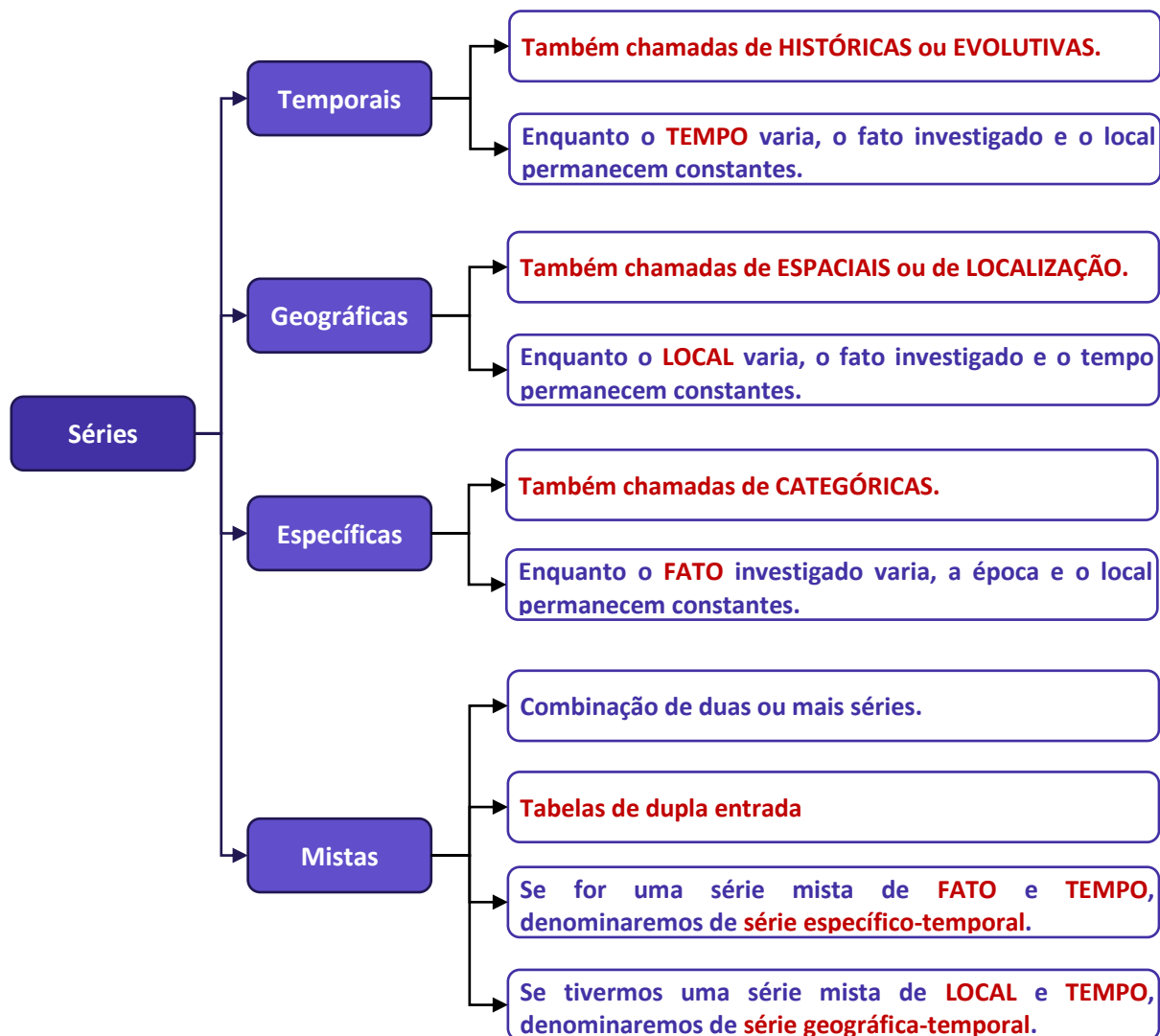
População do Brasil por Região de 1970 a 2010 (x1000)

Anos	Regiões				
	N	NE	SE	S	CO
1970	3.603	28.111	39.850	16.496	5.072
1980	5.880	34.815	51.737	19.031	7.545
1991	10.030	42.497	62.740	22.129	9.427
2000	12.900	47.741	72.412	25.107	11.636
2010	15.864	53.081	80.364	27.386	14.058

Fonte: Censo Demográfico (2010)

Por fim, devemos notar que podem existir séries compostas de três ou mais entradas, embora isso raramente aconteça, por conta da dificuldade de representação.





DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS

Vimos anteriormente que, logo após a coleta de dados, temos o que denominamos de **dados brutos**. Como exemplo de dados brutos, citamos uma pesquisa de tempo médio de estudo diário, em minutos, envolvendo 50 alunos do Estratégia, em que os alunos foram escolhidos de maneira aleatória, não havendo qualquer organização dos valores observados. Por terem sido apresentados na forma em que foram coletados, são denominados de **dados brutos**.

Aluno	Tempo	Aluno	Tempo	Aluno	Tempo	Aluno	Tempo	Aluno	Tempo
1	143	11	113	21	170	31	124	41	105
2	142	12	143	22	158	32	137	42	154
3	161	13	159	23	123	33	153	43	99
4	126	14	168	24	96	34	129	44	114
5	134	15	123	25	98	35	148	45	161
6	137	16	135	26	135	36	173	46	128
7	171	17	135	27	129	37	126	47	175
8	85	18	175	28	126	38	104	48	137
9	155	19	115	29	103	39	157	49	165
10	171	20	89	30	171	40	127	50	115

Normalmente, esses dados fornecem pouca informação ao leitor, sendo necessário organizá-los, com o propósito de aumentar sua capacidade informativa. A simples organização dos dados em um **rol crescente** já ajuda bastante nesse sentido. Com os dados organizados em rol, conseguimos verificar que o menor tempo observado foi de 85 minutos, e o maior, de 175 minutos, o que nos fornece uma **amplitude total** ($AT = 175 - 85 = 90$) de variação da ordem de 90 minutos.

Rol Crescente				
85	115	129	143	161
89	115	129	143	165
96	123	134	148	168
98	123	135	153	170
99	124	135	154	171
103	126	135	155	171
104	126	137	157	171



105	126	137	158	173
113	127	137	159	175
114	128	142	161	175

Outra informação que conseguimos extrair dos dados organizados em rol crescente é que alguns tempos, como 126 min, 135 min, 137 min e 171 min, foram mais frequentes, ou seja, apareceram mais vezes durante a pesquisa.

Uma maneira mais concisa de mostrar os dados do rol é apresentar cada valor juntamente com o número de vezes em que ocorre, em vez de repeti-los. O número de ocorrências de um determinado valor recebe o nome de **frequência**. A tabela que contém todos os valores com suas respectivas frequências é denominada de **distribuição de frequências**.

Uma **distribuição de frequências** também pode ser definida como uma **série estatística** na qual permanecem constantes o fato, o local e a época. Ela pode ser classificada em dois tipos: distribuição de frequências pontual (ou discreta) e distribuição de frequências intervalar (ou contínua).

Na **distribuição de frequências pontual**, são apresentados todos os dados coletados juntamente com suas respectivas frequências, **não havendo perda de valores**. Contudo, esse processo pode exigir muito espaço, especialmente quando o número de valores da variável tende a aumentar.

Tempo (min)	Freq.	Tempo (min)	Freq.	Tempo (min)	Freq.	Tempo (min)	Freq.
85	1	114	1	135	3	158	1
89	1	115	2	137	3	159	1
96	1	123	2	142	1	161	2
98	1	124	1	143	2	165	1
99	1	126	3	148	1	168	1
103	1	127	1	153	1	170	1
104	1	128	1	154	1	171	3
105	1	129	2	155	1	173	1
113	1	134	1	157	1	175	2

Nesse caso, quando a variável é contínua, o mais recomendável é agrupar os valores por **intervalos de classe**. Desse modo, em vez de listar cada um dos valores que ocorrem, utilizamos uma **distribuição de frequências intervalar**, listando os **intervalos de classe** e as **frequências correspondentes**.

Tempo médio (X_i)	Frequência (f_i)
$85 \leq x < 100$	5



$100 \leq x < 115$	5
$115 \leq x < 130$	12
$130 \leq x < 145$	10
$145 \leq x < 160$	7
$160 \leq x < 175$	9
$175 \leq x < 190$	2

Procedendo dessa forma, perdemos a informação detalhada dos tempos médios, mas ganhamos em termos de praticidade, o que simplifica o processo de análise de dados. Examinando a tabela acima, percebemos facilmente que a maioria dos alunos estuda diariamente entre 115 e 130 minutos, enquanto uma minoria alcança entre 175 e 190 minutos.

Para identificar uma classe, temos que conhecer os valores dos limites inferior e superior da classe, que delimitam um intervalo de classe. Desse modo, precisamos definir a natureza do intervalo de classe, se aberto ou fechado. Portanto, temos as seguintes notações para os diferentes tipos de intervalos:



Tipo de Intervalo	Notação matemática	Notação estatística	Significado
Intervalo aberto	$a < x < b$	$a - b$	Engloba todos os elementos entre a e b , mas não engloba a nem b .
Intervalo fechado à esquerda e aberto à direita	$a \leq x < b$	$a \vdash b$	Engloba todos os elementos entre a e b , inclusive a mas não b .
Intervalo aberto à esquerda e fechado à direita	$a < x \leq b$	$a \dashv b$	Engloba todos os elementos entre a e b , inclusive b mas não a .
Intervalo fechado	$a \leq x \leq b$	$a \models b$	Engloba todos os elementos entre a e b , inclusive a e b .

Por fim, é importante salientarmos que, em análises estatísticas, constantemente encontramos distribuições de frequências intervalares, pois o objetivo da estatística é justamente fazer um apanhado geral das características de um conjunto de dados, sem adentrar em detalhes de casos particulares.



Elementos de uma Distribuição de Frequências

Agora, analisaremos de forma detalhada cada elemento de uma distribuição de frequências. Tomaremos como referência a tabela apresentada anteriormente:

Tempo médio (X_i)	Frequência (f_i)
$85 \leq x < 100$	5
$100 \leq x < 115$	5
$115 \leq x < 130$	12
$130 \leq x < 145$	10
$145 \leq x < 160$	7
$160 \leq x < 175$	9
$175 \leq x < 190$	2

Classe

As **classes** são os **intervalos** nos quais o fenômeno é subdividido. Podemos dizer que as classes são os intervalos ou subdivisões dos elementos que compõem um conjunto de dados. Na tabela anterior, temos as seguintes classes:

Classe	Intervalo	Frequência (f_i)
1ª Classe	$85 \leq x < 100$	5
2ª Classe	$100 \leq x < 115$	5
3ª Classe	$115 \leq x < 130$	12
4ª Classe	$130 \leq x < 145$	10
5ª Classe	$145 \leq x < 160$	7
6ª Classe	$160 \leq x < 175$	9
7ª Classe	$175 \leq x < 190$	2
		$n = 50$

Existem duas maneiras de determinar o número "ideal" de classes, k , em função do número de dados da tabela, n . A primeira consiste em utilizar a fórmula de Sturges:

$$k = 1 + 3,3 \times \log n$$

Outra abordagem, utilizada quando o número de dados é menor ou igual a 50, é por meio da fórmula:



$$k = \sqrt{n}$$

Vamos aproveitar para calcular o número de classes do nosso exemplo:

a) pela fórmula de Sturges:

$$k = 1 + 3,3 \times \log n$$

$$k = 1 + 3,3 \times \log 50$$

$$k = 1 + 3,3 \times 1,7$$

$$k = 1 + 5,61 = 6,61$$

b) pela outra fórmula:

$$k = \sqrt{n}$$

$$k = \sqrt{50} = 7,07$$

Limite de Classe

Cada classe tem um limite inferior de classe (l_{inf}), que é o menor número que pode pertencer à classe, e um limite superior de classe (l_{sup}), que é o maior número que pode pertencer à classe.

Os limites de uma classe são seus valores extremos.

Vamos identificar os limites inferiores e superiores do nosso exemplo:

Classes	Limite Inferior (l_{inf})	Limite Superior (l_{sup})
$85 \leq x < 100$	85	100
$100 \leq x < 115$	100	115
$115 \leq x < 130$	115	130
$130 \leq x < 145$	130	145
$145 \leq x < 160$	145	160
$160 \leq x < 175$	160	175
$175 \leq x < 190$	175	190

Amplitude de um Intervalo de Classe

A **amplitude de um intervalo de classe**, ou simplesmente **intervalo de classe**, é a **distância entre os limites inferiores (ou superiores) de classes consecutivas**. Ela é obtida pela diferença entre dois limites inferiores (ou superiores) consecutivos:

$$h = l_{sup} - l_{inf}$$



em que l_{inf} é o limite inferior do intervalo de classe e l_{sup} é o limite superior do intervalo de classe.

Dando continuidade ao nosso exemplo, vejamos como calcular as amplitudes dos intervalos:

Classes	Limite Inferior (l_{inf})	Limite Superior (l_{sup})	Amplitude de Classe ($h = l_{sup} - l_{inf}$)
$85 \leq x < 100$	85	100	$100 - 85 = 15$
$100 \leq x < 115$	100	115	$115 - 100 = 15$
$115 \leq x < 130$	115	130	$130 - 115 = 15$
$130 \leq x < 145$	130	145	$145 - 130 = 15$
$145 \leq x < 160$	145	160	$160 - 145 = 15$
$160 \leq x < 175$	160	175	$175 - 160 = 15$
$175 \leq x < 190$	175	190	$190 - 175 = 15$

Embora seja desejável, a amplitude do intervalo de classe nem sempre será constante ao longo de toda a distribuição de frequências intervalar.

Amplitude Total

A **amplitude total** é a diferença entre o **limite superior da última classe** (limite superior máximo) e o **limite inferior da primeira classe** (limite inferior mínimo). Portanto, corresponde à diferença entre o último e o primeiro elemento de um conjunto de dados ordenado de forma crescente:

$$AT = l_{máx} - l_{mín}$$

Note que, **quando todas as classes possuem a mesma amplitude**, também podemos determinar o valor da amplitude total multiplicando o valor do intervalo de classe (h) pela quantidade de classes da distribuição (k):

$$AT = h \times k$$

Em nosso exemplo, a amplitude total é calculada da seguinte maneira:

$$AT = l_{máx} - l_{mín}$$

$$AT = 190 - 85 = 105$$



Ponto médio de classe

O **ponto médio** é a **média aritmética** simples dos **valores extremos de uma classe**, ou seja, a soma dos limites inferior e superior dividida por dois. Esse ponto divide a classe em duas partes iguais. Também costuma ser chamado de **marca** ou **representante da classe**.

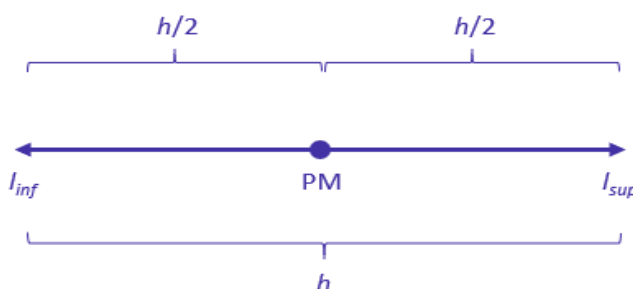
$$PM = \frac{(l_{inf} + l_{sup})}{2}$$

Para praticar, vamos calcular os pontos médios de nossa distribuição de frequências:

Tempo médio (X_i)	Ponto médio (PM_i)	Frequência (f_i)
$85 \leq x < 100$	$\frac{85+100}{2} = 92,5$	5
$100 \leq x < 115$	$\frac{100+115}{2} = 107,5$	5
$115 \leq x < 130$	$\frac{115+130}{2} = 122,5$	12
$130 \leq x < 145$	$\frac{130+145}{2} = 137,5$	10
$145 \leq x < 160$	$\frac{145+160}{2} = 152,5$	7
$160 \leq x < 175$	$\frac{160+175}{2} = 167,5$	9
$175 \leq x < 190$	$\frac{175+190}{2} = 182,5$	2

Veja que os pontos médios formaram uma progressão aritmética, pois a diferença entre dois pontos médios consecutivos foi constante e igual a 15. Isso ocorreu porque o intervalo de classe, h , também foi constante (e igual a 15) em toda a distribuição. Assim, **quando o intervalo de classes é constante, a diferença entre os pontos médios também será constante e igual ao intervalo de classe**.

Adicionalmente, sabendo que o ponto médio divide a classe em duas partes iguais, podemos derivar outras relações envolvendo o próprio ponto médio, a amplitude de classe e os limites inferior e superior.



Dada a figura anterior, podemos obter os limites de uma classe por meio das seguintes expressões:

$$l_{inf} = PM - \frac{h}{2}$$

$$l_{sup} = PM + \frac{h}{2}$$

Além disso, podemos encontrar o ponto médio de uma classe a partir das seguintes relações:

$$PM = l_{inf} + \frac{h}{2}$$

$$PM = l_{sup} - \frac{h}{2}$$

Frequência

Ao longo dessa aula, em várias oportunidades abordamos conceitos relacionados à **frequência**, isto é, ao **número de ocorrências de um determinado valor ou de uma certa classe**. Esse conceito é de grande relevância para a estatística descritiva e deve ser estudado de forma mais aprofundada. Nesse contexto, é importante sabermos que existem quatro tipos de frequência, os quais serão analisados nas subseções seguintes:

- a) frequência absoluta simples (f_i);
- b) frequência absoluta acumulada (f_{ac});
- c) frequência relativa simples (F_i);
- d) frequência relativa acumulada (F_{ac}).

Frequência Absoluta Simples

A **frequência absoluta simples** corresponde ao número de observações correspondentes a uma determinada classe ou a um determinado valor.

i	Tempos (min)	Frequência (f_i)
1	85-100	5
2	100-115	5
3	115-130	12
4	130-145	10
5	145-160	7
6	160-175	9



7 175-190 2

A frequência simples é simbolizada por f_i . No exemplo anterior, temos: $f_1 = 5$, $f_2 = 5$, $f_3 = 12$, $f_4 = 10$, $f_5 = 7$, $f_6 = 9$ e $f_7 = 2$.

A soma de todas as frequências é igual ao número total de dados analisados:

$$\sum_{i=1}^k f_i = n$$

em que a notação $\sum_{i=1}^k f_i$ representa o somatório das frequências de cada uma das k classes.

Para a distribuição em análise, temos:

$$\sum_{i=1}^7 f_i = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6 + f_7 = 5 + 5 + 12 + 10 + 7 + 9 + 2 = 50$$

Agora, podemos incluir essa informação na representação tabular:

i	Tempos (min)	Frequência (f_i)
1	85-100	5
2	100-115	5
3	115-130	12
4	130-145	10
5	145-160	7
6	160-175	9
7	175-190	2
		$\sum_{i=1}^7 f_i = 50$

Frequência Absoluta Acumulada

A **frequência absoluta acumulada crescente** (f_{ac}) é a soma das frequências de todos os valores inferiores ao limite superior do intervalo de uma determinada classe. No exemplo apresentado anteriormente, a frequência acumulada correspondente à quarta classe é:



$f_{ac_4} = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 = 5 + 5 + 12 + 10 = 32$, significando que 32 alunos estudam por um período igual ou superior a 85 minutos e inferior a 145 minutos (limite superior da quarta classe).

$$f_{ac_i} = f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_i$$

A **frequência absoluta acumulada crescente** é calculada de cima para baixo, da seguinte forma:

- 1) repetimos a frequência absoluta da **primeira** classe;
- 2) os demais valores da frequência absoluta são obtidos a partir da soma da frequência acumulada anterior com a frequência absoluta da classe correspondente;
- 3) a frequência acumulada crescente sempre termina com o valor de n .

i	Tempos (min)	Frequência (f_i)	Frequência Acumulada
1	85 – 100	5	5
2	100 – 115	5	10
3	115 – 130	12	22
4	130 – 145	10	32
5	145 – 160	7	39
6	160 – 175	9	48
7	175 – 190	2	50

$$\sum_{i=1}^7 f_i = 50$$

A **frequência absoluta acumulada decrescente** (f_{ad}) é a soma das frequências de todos os valores superiores ao limite inferior do intervalo de uma determinada classe. No exemplo apresentado anteriormente, a frequência acumulada correspondente à quarta classe é: $f_{ad_4} = f_4 + f_5 + f_6 + f_7 = 10 + 7 + 9 + 2 = 28$, significando que 28 alunos estudam por um período igual ou superior a 130 minutos (limite inferior da quarta classe) e inferior a 190 minutos.

$$f_{ad_i} = f_i + f_{i+1} + f_{i+2} + \dots + f_k$$

A **frequência absoluta acumulada decrescente** é calculada de baixo para cima, da seguinte forma:

- 1) repetimos a frequência absoluta da **última** classe;
- 2) os demais valores da frequência acumulada decrescente são obtidos a partir da soma da frequência acumulada anterior com a frequência absoluta da classe correspondente;



3) a frequência acumulada decrescente sempre termina com o valor de n.

i	Tempos (min)	Frequência (f_i)	Frequência Acumulada
1	85 – 100	5	50
2	100 – 115	5	45
3	115 – 130	12	40
4	130 – 145	10	28
5	145 – 160	7	18
6	160 – 175	9	11
7	175 – 190	2	2

$$\sum_{i=1}^7 f_i = 50$$

Frequência Relativa Simples

A **frequência relativa simples** corresponde à proporção de dados existentes em uma determinada classe. Para calcular a frequência relativa de uma classe, dividimos a frequência absoluta simples f_i pela frequência total (isto é, dividimos a parte pelo todo):

$$F_i = \frac{f_i}{\sum f_i} = \frac{f_i}{n}$$

Em nosso exemplo, as frequências relativas são:

i	Tempos (min)	Frequência Absoluta (f_i)	Frequência Relativa (F_i)
1	85–100	5	$F_1 = \frac{5}{50} = 0,10$
2	100–115	5	$F_2 = \frac{5}{50} = 0,10$
3	115–130	12	$F_3 = \frac{12}{50} = 0,24$
4	130–145	10	$F_4 = \frac{10}{50} = 0,20$
5	145–160	7	$F_5 = \frac{7}{50} = 0,14$
6	160–175	9	$F_6 = \frac{9}{50} = 0,18$
7	175–190	2	$F_7 = \frac{2}{50} = 0,04$



Para representar esses valores em termos de porcentagem, basta multiplicarmos por 100%. A tabela ficaria assim:

i	Tempos (min)	Frequência Absoluta (f_i)	Frequência Relativa (F_i)
1	85-100	5	$F_1 = \frac{5}{50} \times 100\% = 10\%$
2	100-115	5	$F_2 = \frac{5}{50} \times 100\% = 10\%$
3	115-130	12	$F_3 = \frac{12}{50} \times 100\% = 24\%$
4	130-145	10	$F_4 = \frac{10}{50} \times 100\% = 20\%$
5	145-160	7	$F_5 = \frac{7}{50} \times 100\% = 14\%$
6	160-175	9	$F_6 = \frac{9}{50} \times 100\% = 18\%$
7	175-190	2	$F_7 = \frac{2}{50} \times 100\% = 4\%$

O propósito das frequências relativas é facilitar a realização de comparações de classes individuais com o total das observações. Na tabela anterior, por exemplo, conseguimos verificar facilmente que 20% das observações pertencem à quarta classe e que 18% das observações pertencem à sexta classe.

Repare que a soma de todas as frequências relativas deve ser igual a 100%:

$$\sum_{i=1}^k F_i = 100\%$$

Podemos incluir essa informação na representação tabular:

i	Tempos (min)	Frequência Absoluta (f_i)	Frequência Relativa (F_i)
1	85-100	5	10%
2	100-115	5	10%
3	115-130	12	24%
4	130-145	10	20%
5	145-160	7	14%
6	160-175	9	18%
7	175-190	2	4%
		$\sum_{i=1}^7 f_i = 50$	$\sum_{i=1}^7 F_i = 100\%$



Frequência Relativa Acumulada

A **frequência relativa acumulada crescente** (F_{ac}) é a proporção de valores inferiores ao limite superior do intervalo de uma dada classe. No exemplo apresentado anteriormente, a frequência acumulada correspondente à quarta classe é: $F_{ac_4} = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = 10\% + 10\% + 24\% + 20\% = 64\%$, significando que 64% dos alunos estudam por um período igual ou superior a 85 minutos e inferior a 145 minutos (limite superior da quarta classe).

$$F_{ac_i} = F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_i$$

A **frequência relativa acumulada crescente** é calculada de cima para baixo, da seguinte forma:

- 1) repetimos a frequência relativa da **primeira** classe;
- 2) os demais valores são obtidos a partir da soma da frequência relativa acumulada anterior com a frequência relativa da classe correspondente;
- 3) a frequência relativa acumulada sempre termina com o valor de 100%.

i	Tempos (min)	Frequência Absoluta (f_i)	Frequência Relativa (F_i)	Frequência Acumulada (F_{ac})
1	85 – 100	5	10%	10%
2	100 – 115	5	10%	20%
3	115 – 130	12	24%	44%
4	130 – 145	10	20%	64%
5	145 – 160	7	14%	78%
6	160 – 175	9	18%	96%
7	175 – 190	2	4%	100%

$$\sum_{i=1}^7 f_i = 50 \quad \sum_{i=1}^7 F_i = 100\%$$

A **frequência relativa acumulada decrescente** (F_{ad}) é a proporção de valores superiores ao limite inferior do intervalo de uma dada classe. No exemplo apresentado anteriormente, a frequência acumulada correspondente à quarta classe é: $F_{ad_4} = F_4 + F_5 + F_6 + F_7 = 20\% + 14\% + 18\% + 4\% = 56\%$, significando que 56% dos alunos estudam por um período igual ou superior a 130 minutos (limite inferior da quarta classe) e inferior a 190 minutos.

$$F_{ad_i} = F_i + F_{i+1} + F_{i+2} + \dots + F_k$$

A **frequência relativa acumulada decrescente** é calculada de baixo para cima, da seguinte forma:

- 1) repetimos a frequência relativa da **última** classe;
- 2) os demais valores são obtidos a partir da soma da frequência acumulada anterior com a frequência relativa da classe correspondente;



3) a frequência acumulada sempre termina com o valor de 100%.

i	Tempos (min)	Frequência Absoluta (f_i)	Frequência Relativa (F_i)	Frequência Acumulada (F_{ad})
1	85 – 100	5	10%	100%
2	100 – 115	5	10%	90%
3	115 – 130	12	24%	80%
4	130 – 145	10	20%	56%
5	145 – 160	7	14%	36%
6	160 – 175	9	18%	22%
7	175 – 190	2	4%	4%
		$\sum_{i=1}^7 f_i = 50$	$\sum_{i=1}^7 F_i = 100\%$	

Densidade de Frequência

A densidade de frequência de uma classe consiste no quociente entre a frequência da classe (absoluta ou relativa) e sua amplitude:

$$\text{densidade} = \frac{\text{frequência absoluta ou relativa}}{\text{amplitude}}$$

$$d_i = \frac{f_i}{h_i}$$

Para o nosso exemplo, as densidades de frequência são:

i	Tempos (min)	Frequência Absoluta (f_i)	Densidade de Frequência (d)
1	85–100	5	$d_1 = \frac{f_1}{h_1} = \frac{5}{15} = 0,33$
2	100–115	5	$d_2 = \frac{f_2}{h_2} = \frac{5}{15} = 0,33$
3	115–130	12	$d_3 = \frac{f_3}{h_3} = \frac{12}{15} = 0,80$
4	130–145	10	$d_4 = \frac{f_4}{h_4} = \frac{10}{15} = 0,66$
5	145–160	7	$d_5 = \frac{f_5}{h_5} = \frac{7}{15} = 0,46$



6	160-175	9	$d_6 = \frac{f_6}{h_6} = \frac{9}{15} = 0,60$
7	175-190	2	$d_7 = \frac{f_7}{h_7} = \frac{2}{15} = 0,13$



Item	Definição	Símbolos e Fórmulas
Número de Classes	As classes são os intervalos nos quais o fenômeno é subdividido.	$k = 1 + 3,3 \times \log n$ ou $k = \sqrt{n}$
Limites de Classe	Correspondem aos valores extremos.	l_{inf} e l_{sup}
Amplitude de um Intervalo de Classe	Distância entre os limites inferiores (ou superiores) de classes consecutivas.	$h = l_{sup} - l_{inf}$
Amplitude total	Diferença entre o limite superior da última classe (limite superior máximo) e o limite inferior da primeira classe (limite inferior mínimo).	$AT = l_{máx} - l_{mín}$ $AT = h \times k$
Ponto Médio	Média aritmética simples dos valores extremos de uma classe.	$PM = \frac{(l_{inf} + l_{sup})}{2}$ $PM = l_{inf} + \frac{h}{2}$ $PM = l_{sup} - \frac{h}{2}$
Frequência Absoluta Simples	Número de observações correspondentes a uma determinada classe ou a um determinado valor.	f_i
Frequência Absoluta Acumulada	Total das frequências de todos os valores inferiores ao limite superior do intervalo de uma dada classe	$f_{ac_i} = f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_i$
Frequência Relativa Simples	Proporção de dados existentes em uma determinada classe.	$F_i = \frac{f_i}{\Sigma f_i} = \frac{f_i}{n}$
Frequência Relativa Acumulada	Proporção de valores inferiores ao limite superior do intervalo de uma dada classe.	$F_{ac_i} = F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_i$



Densidade de
Frequência

Quociente entre a frequência da classe (absoluta ou relativa) e sua amplitude

$$d = \frac{f}{h}$$



(VUNESP/IPSM-SJC/2018) Considere as informações a seguir para construir uma distribuição de frequência sem intervalo de classe e responder a questão.

Um dado foi lançado 50 vezes e foram registrados os seguintes resultados:

5 4 6 1 2 5 3 1 3 3
4 4 1 5 5 6 1 2 5 1
3 4 5 1 1 6 6 2 1 1
4 4 4 3 4 3 2 2 2 3
6 6 3 2 4 2 6 6 2 1

A frequência simples relativa do primeiro elemento é

- a) 10%.
- b) 20%.
- c) 50.
- d) 7.
- e) 20.

Comentários:

A frequência absoluta é o número de vezes em que uma determinada variável assume um valor, enquanto a frequência relativa é o quociente entre a frequência absoluta da classe correspondente e a soma das frequências (total observado).

Para os dados apresentados, temos que :

Valor obtido no lançamento	Frequência absoluta	Frequência relativa
1	10	$10/50 = 0,2 = 20\%$
2	9	$9/50 = 0,18 = 18\%$
3	8	$8/50 = 0,16 = 16\%$
4	9	$9/50 = 0,18 = 18\%$
5	6	$6/50 = 0,12 = 12\%$
6	8	$8/50 = 0,16 = 16\%$
Total	50	100%



Portanto, a frequência simples absoluta do primeiro elemento é igual a 20%.

Gabarito: B.

(CESPE/Polícia Federal/2018)

	DIA				
	1	2	3	4	5
X (quantidade diária de drogas apreendidas, em kg)	10	22	18	22	28

Tendo em vista que, diariamente, a Polícia Federal apreende uma quantidade X, em kg, de drogas em determinado aeroporto do Brasil, e considerando os dados hipotéticos da tabela precedente, que apresenta os valores observados da variável X em uma amostra aleatória de 5 dias de apreensões no citado aeroporto, julgue o item.

A tabela em questão descreve a distribuição de frequências da quantidade de drogas apreendidas nos cinco dias que constituem a amostra.

Comentários:

A tabela apenas registra as quantidades de drogas apreendidas por dia. Para que ela configurasse uma distribuição de frequências da quantidade de drogas apreendidas nos cinco dias, era necessário que cada valor estivesse associado a uma frequência, o que não ocorreu. Uma distribuição de frequência dos dados acima seria assim:

Valor	Frequência
10	1
18	1
22	2
28	1

Gabarito: Errado.

(CESPE/BACEN/2013)

2 4 8 4 8 1 2 32 12 1 5 7 5 5 3 4 24 19 4 14

Os dados mostrados acima representam uma amostra, em minutos, do tempo utilizado na armazenagem de formulários no almoxarifado central de certa instituição por diversos funcionários.

Com base nesses dados, julgue o próximo item.



A distribuição de frequência acumulada para tempo de armazenagem observado na amostra inferior a 8 minutos é igual a 13, o que corresponde a uma frequência relativa superior a 0,60.

Comentários:

Não precisamos construir a distribuição de frequências para responder à questão. Sabemos que o total de observações é 20, pois é esse o número de termos.

Vamos destacar as observações que são inferiores a 8:

2 4 8 4 8 1 2 32 12 1 5 7 5 5 3 4 24 19 4 14

São 13 números inferiores a 8. Portanto, a frequência acumulada para um tempo menor do que 8 é 13.

Para calcular a frequência relativa, basta dividir a frequência absoluta pelo total de observações:

$$\frac{13}{20} = 0,65$$

Logo, a frequência relativa acumulada é maior do que 0,60

Gabarito: Certo.

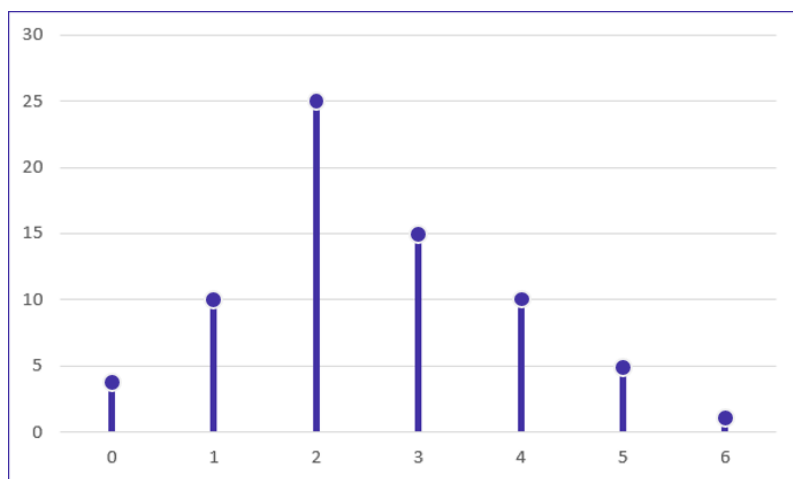


REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS DAS DISTRIBUIÇÕES DE FREQUÊNCIA

Gráfico de Hastes ou Bastões

O gráfico de hastes ou bastões é muito utilizado para representar dados não agrupados em classes, o que normalmente ocorre com dados discretos. Nesse caso, não há perda de informação pois os valores da variável aparecem individualmente, conforme constam da amostra. Com relação a sua construção, basta representarmos as frequências simples absolutas ou relativas de cada elemento do conjunto de dados.

X_i	Frequência (f_i)
0	4
1	10
2	25
3	15
4	10
5	5
6	1



Repare que podemos reconstruir facilmente a tabela de frequências a partir do gráfico de hastes. De igual modo, conhecendo a tabela de frequências, podemos construir rapidamente o gráfico de hastes.

Histogramas

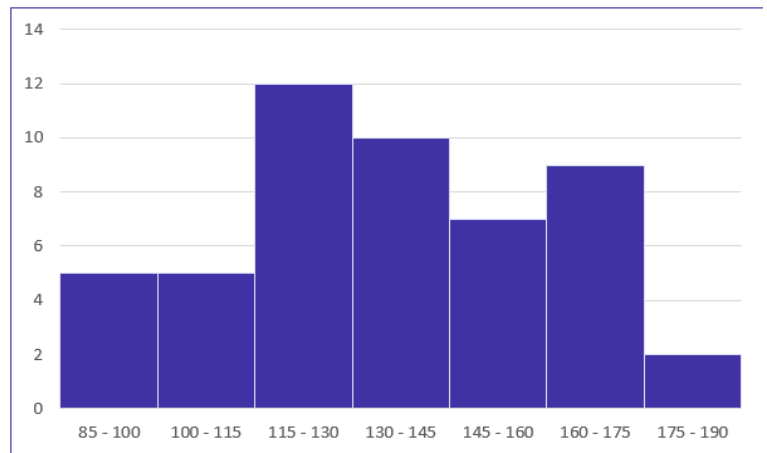
O histograma é um gráfico destinado a representar dados agrupados em classe, sendo composto por um conjunto de retângulos contíguos (justapostos) cujas bases ficam localizadas sobre o eixo horizontal (eixo x), de forma que os seus pontos médios devem coincidir com os pontos médios dos intervalos de classe e seus limites devem coincidir com os limites da classe.

A quantidade de retângulos em um histograma é equivalente ao número de intervalos de classe. A largura de cada retângulo deve ser igual à amplitude do intervalo de classe, enquanto a altura



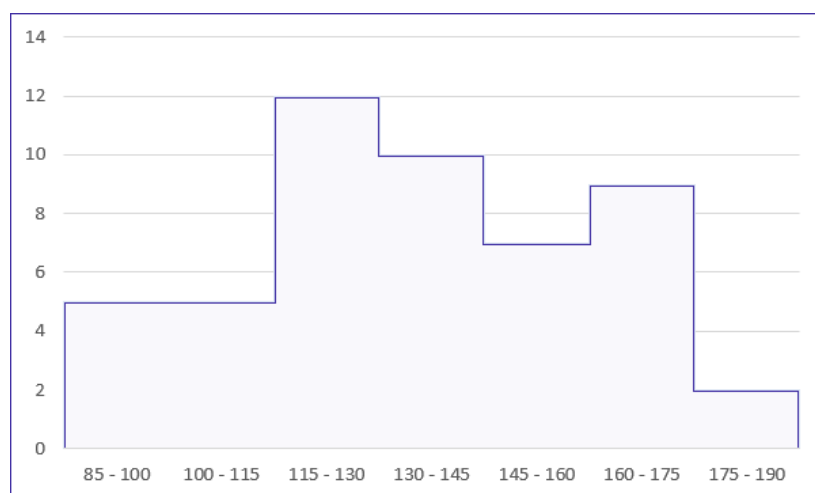
precisa ser proporcional à frequência do intervalo de classe. Além disso, a área do histograma é proporcional ao somatório das frequências.

Tempo médio (X_i)	Frequência (f_i)
$85 \leq x < 100$	5
$100 \leq x < 115$	5
$115 \leq x < 130$	12
$130 \leq x < 145$	10
$145 \leq x < 160$	7
$160 \leq x < 175$	9
$175 \leq x < 190$	2



A diferença básica entre um **histograma** e um **gráfico de colunas** (estudaremos na próxima seção) é a separação entre os retângulos adjacentes. Veja que não existe separação entre os retângulos no caso do histograma.

Dito isso, é importante mencionarmos a existência do gráfico denominado de **poligonal característica**, que construímos utilizando apenas os contornos do histograma.



Por fim, o **histograma** pode ocasionar um certo nível de perda de informações, pois os elementos da distribuição de frequência não são representados de forma individualizada, mas sim por meio de suas classes.

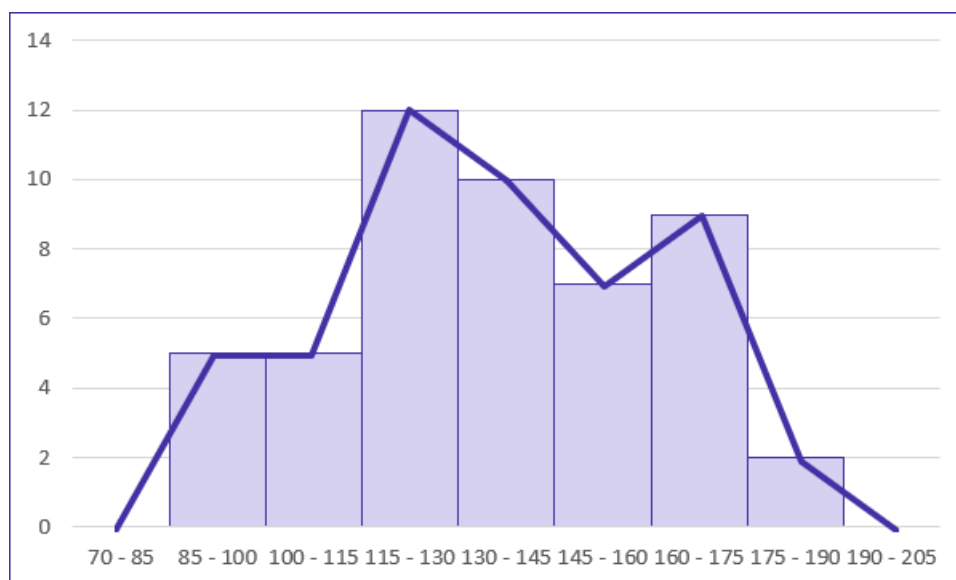


Polígono de Frequências

O **polígono de frequências** é um gráfico em linha obtido por meio da ligação, por segmentos de reta, dos pontos médios das bases superiores dos retângulos de um histograma. Também é necessário considerar a existência de uma classe anterior à primeira e outra posterior à última, ambas com a frequência nula.

Assim como o histograma, o **polígono de frequências** apresenta área proporcional ao somatório das frequências.

Tempo médio (X_i)	Ponto médio (PM_i)	Frequência (f_i)
$70 \leq x < 85$	77,5	0
$85 \leq x < 100$	92,5	5
$100 \leq x < 115$	107,5	5
$115 \leq x < 130$	122,5	12
$130 \leq x < 145$	137,5	10
$145 \leq x < 160$	152,5	7
$160 \leq x < 175$	167,5	9
$175 \leq x < 190$	182,5	2
$190 \leq x < 205$	197,5	0



Curva de Frequências

A curva de frequências é obtida a partir do polimento de um polígono de frequências. Em sentido geométrico, o polimento corresponde à eliminação dos vértices (cantos) da linha poligonal. Esse processo suaviza os contornos do polígono de frequências, o que evidencia a verdadeira natureza dos dados em análise.

O polígono de frequências fornece a imagem real do fenômeno investigado, enquanto a curva de frequência mostra sua tendência. Naturalmente, quando o conjunto de dados é grande, a linha poligonal se torna curva. Por isso, podemos afirmar que a curva de frequência antecipa o comportamento da distribuição para um número maior de dados.

O processo de polimento é realizado por meio da seguinte fórmula:

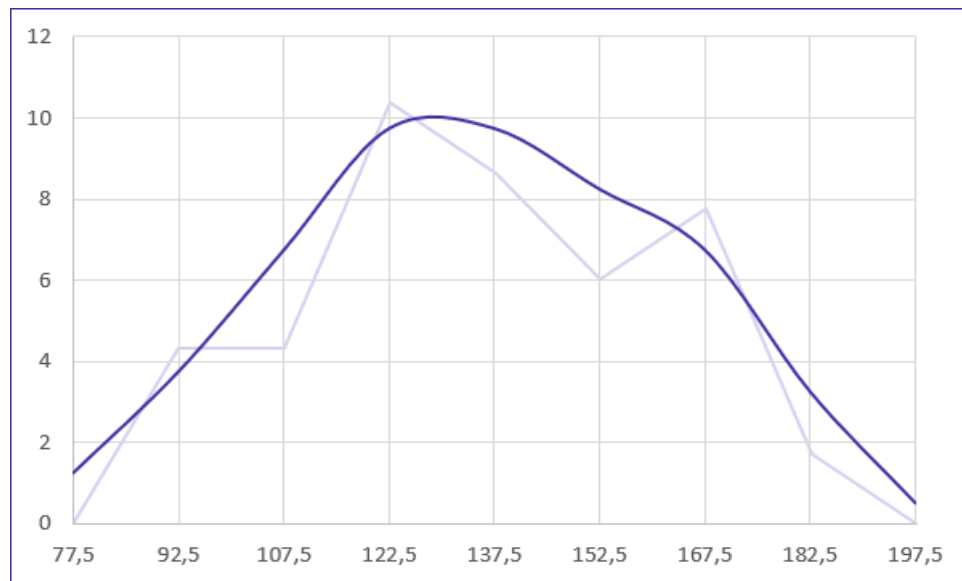
$$fc_i = \frac{f_{ant} + 2 \times f_i + f_{post}}{4}$$

em que fc_i é a frequência calculada da classe considerada (freq. polida); f_i é a frequência simples da classe considerada; f_{ant} é a frequência simples da classe anterior à da classe considerada; e f_{post} é a frequência simples da classe posterior à da classe considerada.

Vejamos como utilizá-la:

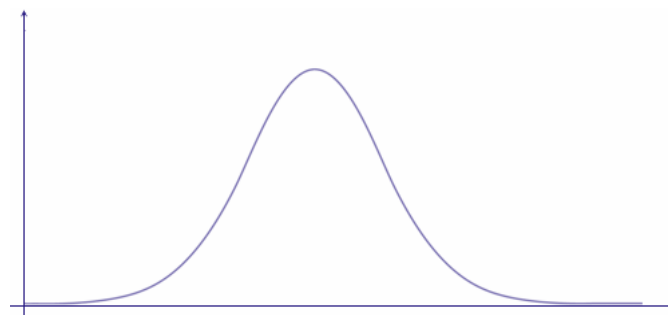
Tempo médio (X_i)	Ponto médio (PM_i)	Frequência (f_i)	Frequência Calculada (fc_i)
$70 \leq x < 85$	77,5	0	$fc_0 = \frac{0+2 \times 0+5}{4} = 1,25$
$85 \leq x < 100$	92,5	5	$fc_1 = \frac{0+2 \times 5+5}{4} = 3,75$
$100 \leq x < 115$	107,5	5	$fc_2 = \frac{5+2 \times 5+12}{4} = 6,75$
$115 \leq x < 130$	122,5	12	$fc_3 = \frac{5+2 \times 12+10}{4} = 9,75$
$130 \leq x < 145$	137,5	10	$fc_4 = \frac{12+2 \times 10+7}{4} = 9,75$
$145 \leq x < 160$	152,5	7	$fc_5 = \frac{10+2 \times 7+9}{4} = 8,75$
$160 \leq x < 175$	167,5	9	$fc_6 = \frac{7+2 \times 9+2}{4} = 6,75$
$175 \leq x < 190$	182,5	2	$fc_7 = \frac{9+2 \times 2+0}{4} = 3,25$
$190 \leq x < 205$	197,5	0	$fc_8 = \frac{2+2 \times 0+0}{4} = 0,50$



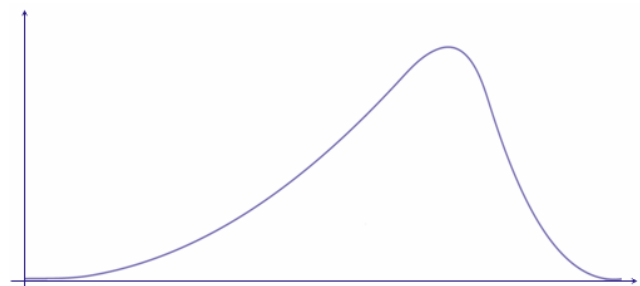


As curvas de frequências podem assumir as seguintes formas características:

a) **curvas em forma de sino**: são curvas que apresentam concentração de valores em torno da região central da distribuição. Tais curvas podem ser simétricas ou assimétricas. Quando assimétricas, as curvas ainda podem apresentar uma cauda mais alongada à esquerda (assimetria à esquerda) ou mais alongada à direita (assimetria à direita). Assim, as possíveis configurações para as curvas em formas de sino são:



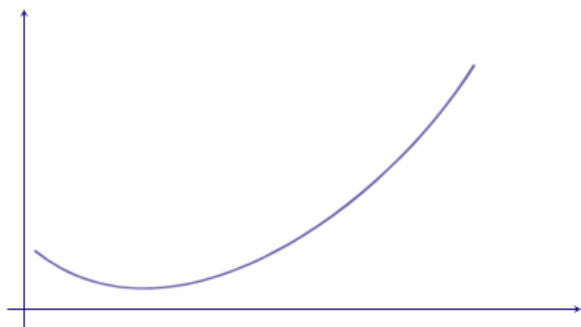
Curva Simétrica.



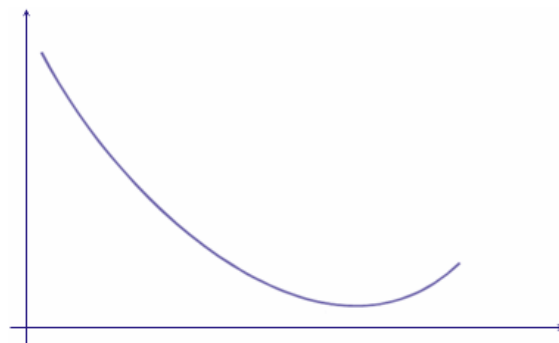
Curva assimétrica à direita.

Curva assimétrica à esquerda.

b) **curvas em forma de jota**: são curvas que apresentam o ponto de ordenada máxima em uma das extremidades, representando distribuições extremamente assimétricas. As possíveis configurações são:

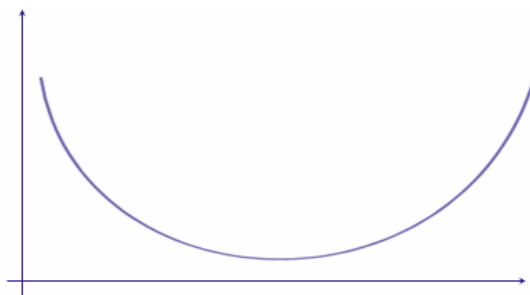


Curva em formato de J.



Curva em formato de J invertido.

c) **curvas em forma de U**: são curvas que apresentam as ordenadas máximas em ambas as extremidades.



Curva em formato de U.

Ogiva (Polígono de Frequências Acumuladas)

O **gráfico de ogiva** corresponde a um **polígono de frequências acumuladas**. Esse gráfico é empregado na representação de distribuições de frequências acumuladas, sejam elas crescentes



ou decrescentes. No eixo horizontal, colocamos as extremidades de cada classe e no eixo vertical as frequências acumuladas.

Ao contrário do polígono de frequências, a **ogiva** utiliza os pontos extremos das classes, e não os pontos médios. Na construção do polígono de frequências acumuladas, devemos considerar a existência de uma classe anterior à primeira, com frequência nula.

Tempo médio (X_i)	Frequência (f_i)	Frequência Acumulada (f_{ac})
$70 \leq x < 85$	0	0
$85 \leq x < 100$	5	5
$100 \leq x < 115$	5	10
$115 \leq x < 130$	12	22
$130 \leq x < 145$	10	32
$145 \leq x < 160$	7	39
$160 \leq x < 175$	9	48
$175 \leq x < 190$	2	50

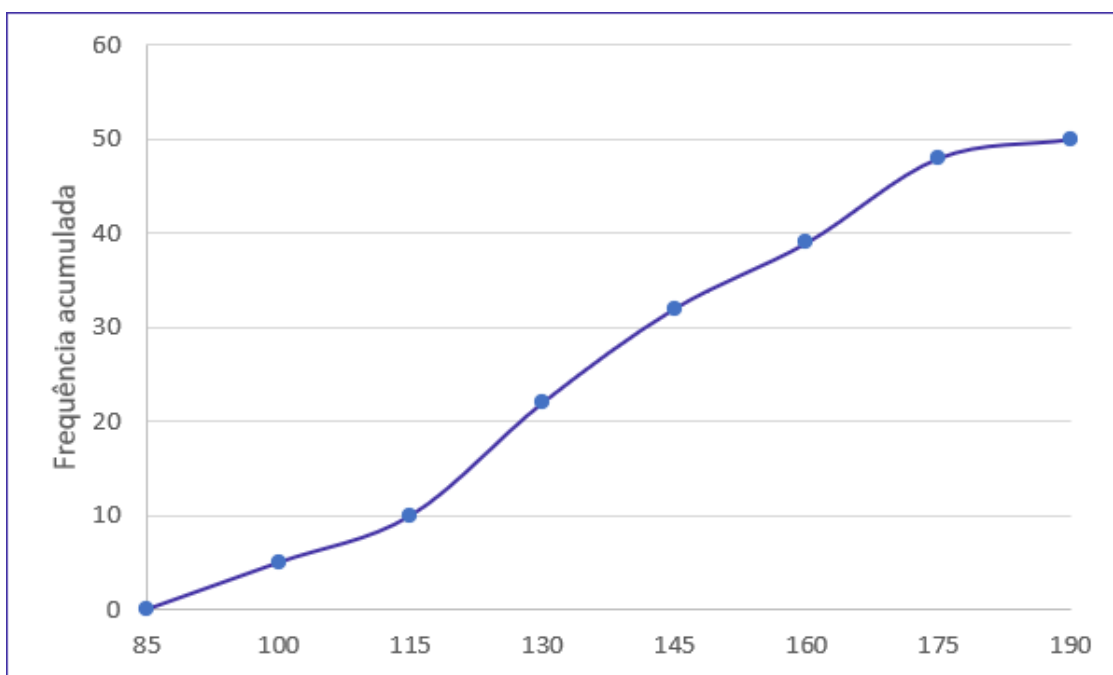
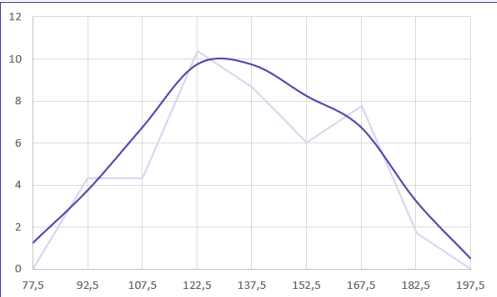


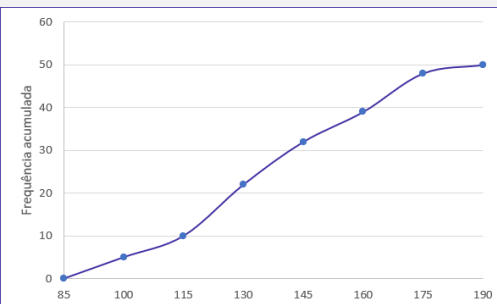


Gráfico	Definição																
<table border="1"> <caption>Dados do Gráfico de Barras</caption> <thead> <tr> <th>Categoria</th> <th>Frequência</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>4</td></tr> <tr><td>1</td><td>10</td></tr> <tr><td>2</td><td>25</td></tr> <tr><td>3</td><td>15</td></tr> <tr><td>4</td><td>10</td></tr> <tr><td>5</td><td>5</td></tr> <tr><td>6</td><td>1</td></tr> </tbody> </table>	Categoria	Frequência	0	4	1	10	2	25	3	15	4	10	5	5	6	1	O gráfico de hastes ou bastões é muito utilizado para representar dados não agrupados em classes, o que normalmente ocorre com dados discretos.
Categoria	Frequência																
0	4																
1	10																
2	25																
3	15																
4	10																
5	5																
6	1																
<table border="1"> <caption>Dados do Histograma</caption> <thead> <tr> <th>Intervalo</th> <th>Frequência</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>85 - 100</td><td>5</td></tr> <tr><td>100 - 115</td><td>5</td></tr> <tr><td>115 - 130</td><td>12</td></tr> <tr><td>130 - 145</td><td>10</td></tr> <tr><td>145 - 160</td><td>7</td></tr> <tr><td>160 - 175</td><td>9</td></tr> <tr><td>175 - 190</td><td>2</td></tr> </tbody> </table>	Intervalo	Frequência	85 - 100	5	100 - 115	5	115 - 130	12	130 - 145	10	145 - 160	7	160 - 175	9	175 - 190	2	O histograma é um gráfico destinado a representar dados agrupados em classe, sendo composto por um conjunto de retângulos contíguos (justapostos).
Intervalo	Frequência																
85 - 100	5																
100 - 115	5																
115 - 130	12																
130 - 145	10																
145 - 160	7																
160 - 175	9																
175 - 190	2																
	A poligonal característica é construída utilizando apenas os contornos do histograma.																
	O polígono de frequências é um gráfico em linha obtido por meio da ligação, por segmentos de reta, dos pontos médios das bases superiores dos retângulos de um histograma.																





A **curva de frequências** é obtida a partir do **polígono de frequências**.

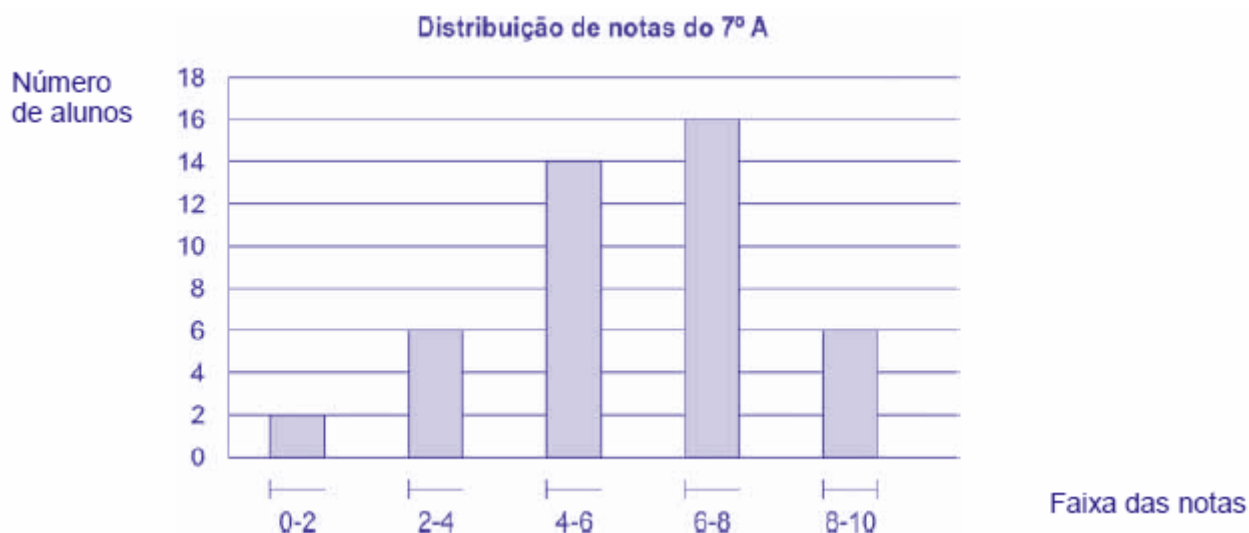


O **gráfico de ogiva** é empregado na **representação de distribuições de frequências acumuladas**, sejam elas crescentes ou decrescentes



HORA DE
PRATICAR!

(FCC/SEDU-ES/2018) Depois da aplicação de uma prova para todos os alunos do 7º A, a professora Marli fez um histograma com a distribuição das notas, conforme indicado abaixo.



Se a média de notas da sala foi igual a seis, a porcentagem dos alunos que tiraram nota maior ou igual a média da sala nessa prova foi de

- a) 54%.
- b) 50%.



- c) 56%.
- d) 60%.
- e) 52%.

Comentários:

Vamos, inicialmente, calcular o total de alunos:

$$2 + 6 + 14 + 16 + 6 = 44$$

Reparem na notação intervalar adotada para as colunas, vamos lembrar o significado dela:

Tipo de Intervalo	Notação matemática	Notação estatística	Significado
Intervalo fechado à esquerda e aberto à direita	$a \leq x < b$	$a \vdash b$	Engloba todos os elementos entre a e b , inclusive a mas não b .
Intervalo fechado	$a \leq x \leq b$	$a \vdash b$	Engloba todos os elementos entre a e b , inclusive a e b .

Agora, com base nas informações do gráfico, percebemos que existem 22 pessoas com média maior ou igual a 6, representadas pelas duas últimas colunas do gráfico. Assim:

$$16 + 6 = 22$$

Logo, a porcentagem será de:

$$\frac{22}{44} = 0,5 = 50\%$$

Gabarito: B.

(FCC/TRT 14ª Região/2018) De um histograma e uma tabela de frequências absolutas, elaborados para analisar a distribuição dos salários dos empregados em uma empresa, obtém-se a informação que 24 empregados ganham salários com valores pertencentes ao intervalo (2.000; 4.000], em reais, que apresenta uma densidade de frequência de $0,75 \times 10^{-4} (R\$)^{-1}$

Densidade de frequência de um intervalo é o resultado da divisão da respectiva frequência relativa pela amplitude deste intervalo. Em um intervalo do histograma que está sendo analisado, com uma amplitude de R\$ 3.000,00 e uma densidade de frequência de $1 \times 10^{-4} (R\$)^{-1}$, tem-se que o correspondente número de empregados é igual a

- a) 40.
- b) 36.
- c) 30.
- d) 48.
- e) 42.



Comentários:

Vamos destacar os dados da questão:

- densidade de frequência: $0,75 \times 10^{-4} (\text{R\$})^{-1}$;
- amplitude da classe: $4000 - 2000 = 2000$;
- número de funcionários na classe: 24; e
- total de funcionários na classe: T.

A frequência relativa é calculada pela fórmula a seguir:

$$\text{Frequência relativa} = \frac{\text{Nº de funcionários na classe}}{\text{Total de funcionários}} = \frac{24}{T}$$

Então, pela fórmula da densidade de frequência, teremos:

$$\text{Densidade de frequência} = \frac{\text{Frequência relativa}}{\text{Amplitude}}$$

$$0,75 \times 10^{-4} = \frac{\frac{24}{T}}{2000}$$

$$0,15 = \frac{24}{T}$$

$$T = 160$$

Agora, vamos aplicar a mesma metodologia para a classe do histograma com amplitude de 3000 e densidade de frequência de 1×10^{-4} . Considerando o número de funcionários na classe igual a N, teremos a seguinte frequência relativa:

$$\text{Frequência relativa} = \frac{\text{Nº de funcionários na classe}}{\text{Total de funcionários}} = \frac{N}{160}$$

Então, pela fórmula da densidade de frequência, teremos:

$$\text{Densidade de frequência} = \frac{\text{Frequência relativa}}{\text{Amplitude}}$$

$$10^{-4} = \frac{\frac{N}{160}}{3000}$$

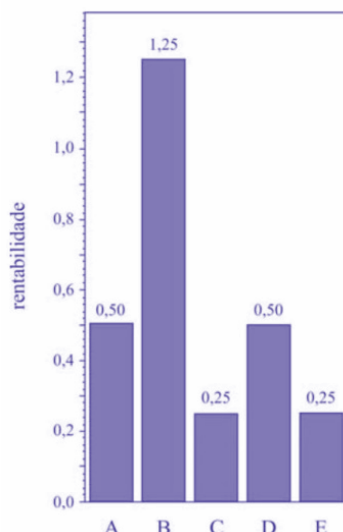
$$0,3 = \frac{N}{160}$$

$$N = 48$$

Gabarito: D.

(CESPE/FUNPRESP/2016)





O gráfico ilustra cinco possibilidades de fundos de investimento com suas respectivas rentabilidades. Considerando que as probabilidades de investimento para os fundos A, B, C e D sejam, respectivamente, $P(A) = 0,182$; $P(B) = 0,454$; $P(C) = 0,091$; e $P(D) = 0,182$, julgue o item subsequente.

O gráfico apresentado é um histograma.

Comentários:

O gráfico não é um histograma por dois motivos: primeiro porque há uma separação entre as colunas, o que não ocorre em um histograma, e sim em um gráfico de colunas; segundo porque um histograma representa dados que estão agrupados em intervalos de classe, e não em categorias, como é o caso.

Gabarito: Errado.

#SOU CORUJA



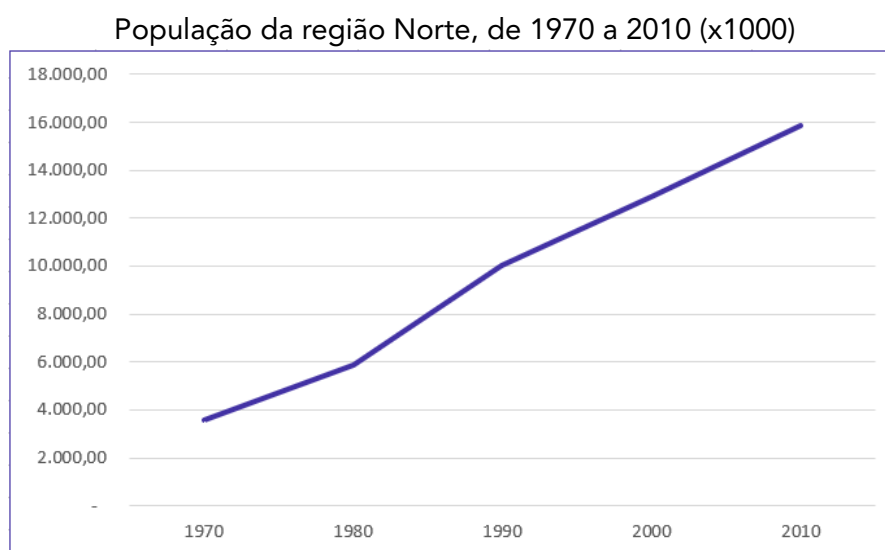
OUTROS GRÁFICOS E REPRESENTAÇÕES

O principal objetivo dos gráficos estatísticos é proporcionar uma visualização mais rápida dos dados estatísticos ou do fenômeno sob investigação. A seguir vamos ver as principais formas de representação de dados estatísticos.

Gráficos em Linhas

Os **gráficos em linha** normalmente **são usados para representar dados de séries temporais**, com a finalidade de mostrar a variação dos valores de uma variável ao longo do tempo. Esse tipo de gráfico permite-nos comparar duas variáveis: uma é traçada no eixo x (horizontal) e a outra no eixo y (vertical). O eixo y geralmente indica uma quantidade, enquanto o eixo x representa uma unidade de tempo.

Por exemplo, o gráfico a seguir mostra a evolução da população residente na Região Norte do Brasil no período de 1970 a 2010. Veja que o eixo horizontal está indicando o decurso do tempo, enquanto o eixo vertical apresenta a população residente na região.



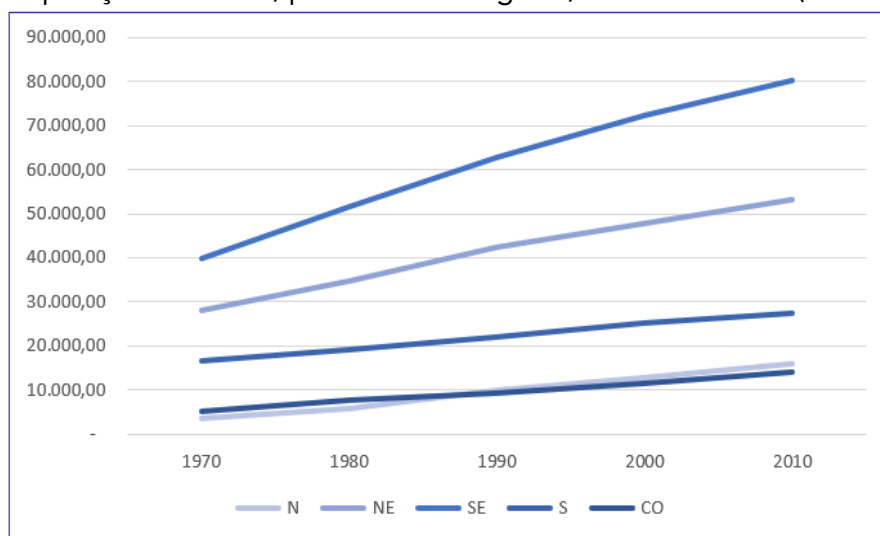
Fonte: Censo Demográfico 1970/2010 (IBGE)

TOME NOTA!



Também podemos elaborar um **gráfico de linhas múltiplas** para comparar a evolução da população residente nas Grandes Regiões do Brasil em diferentes períodos:

População brasileira, por Grandes Regiões, de 1970 a 2010 (x1000)



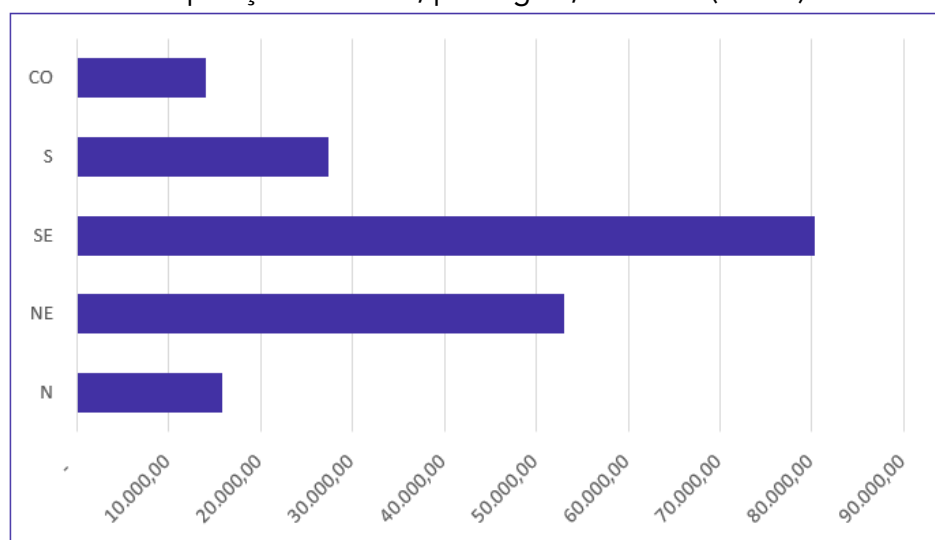
Fonte: Censo Demográfico 1970/2010 (IBGE)

Gráficos em Barras

Os **gráficos em barra** normalmente **são usados para representar distribuições de dados categóricos ou qualitativos**. Uma série estatística é representada por um **conjunto de retângulos dispostos horizontalmente**, cada um indicando uma categoria particular, **os quais possuem a mesma altura e comprimentos proporcionais aos respectivos dados**.

Por exemplo, a distribuição da população residente em cada região brasileira, no ano de 2010, pode ser representada por meio do seguinte gráfico:

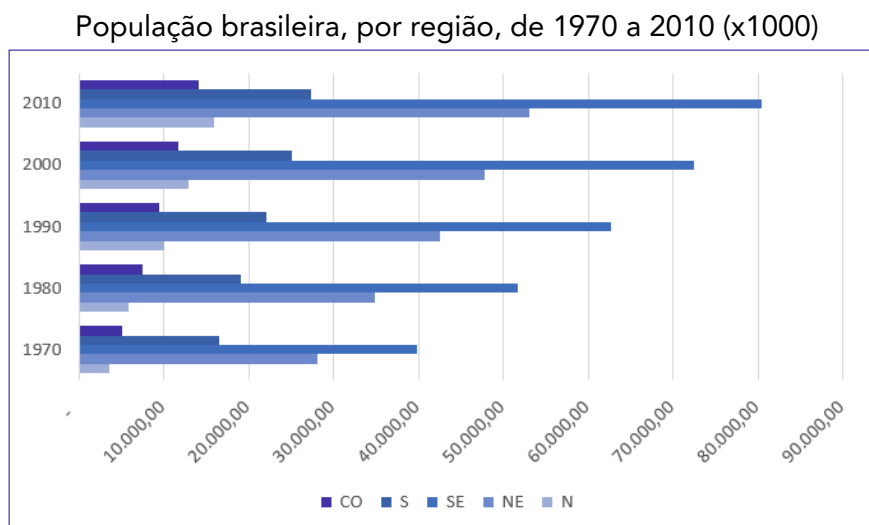
População brasileira, por região, em 2010 (x1000)



Fonte: Censo Demográfico 1970/2010 (IBGE)



Adicionalmente, podemos utilizar um **gráfico de barras justapostas** para representar a evolução da população residente em cada região brasileira, como o mostrado a seguir:

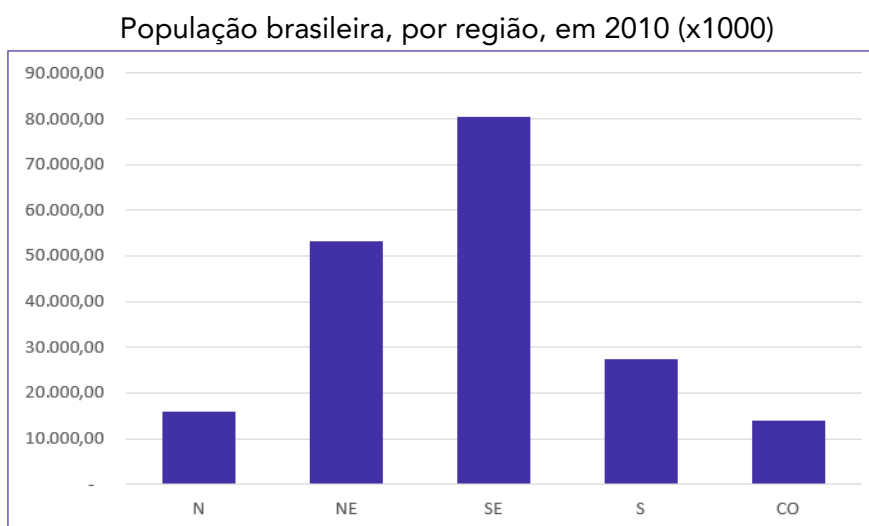


Fonte: Censo Demográfico 1970/2010 (IBGE)

Gráficos em Colunas

Os **gráficos em coluna** também são usados para distribuições de **dados categóricos ou qualitativos**. A diferença básica é que, agora, uma série estatística é representada por um **conjunto de retângulos dispostos verticalmente**, cada um indicando uma categoria particular, todos com a mesma largura e alturas proporcionais aos respectivos dados.

Por exemplo, a distribuição da população residente em cada região brasileira, no ano de 2010, pode ser representada por meio do seguinte gráfico:

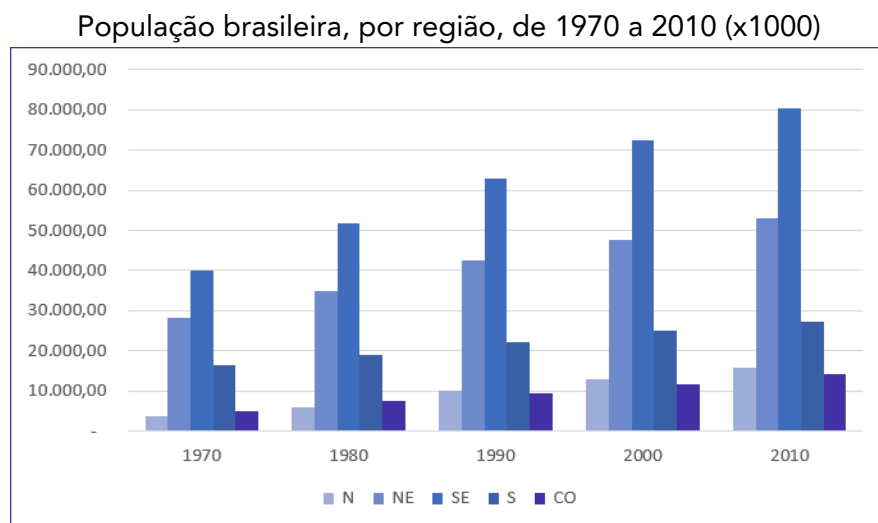


Fonte: Censo Demográfico 1970/2010 (IBGE)

Também podemos utilizar um **gráfico de colunas justapostas** para representar a evolução da população residente em cada região brasileira, no período de 1970 a 2010. Dessa maneira,

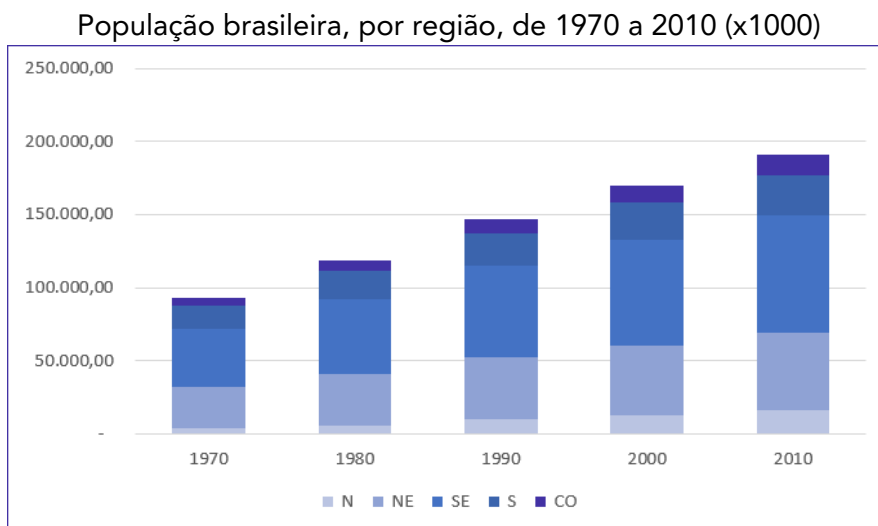


conseguimos apresentar mais informações em um espaço consideravelmente menor. Vejamos o gráfico a seguir:



Fonte: Censo Demográfico 1970/2010 (IBGE)

Adicionalmente, essas informações também podem ser representadas por meio de um **gráfico de colunas sobrepostas** (ou **gráfico de colunas empilhadas**). Esse tipo de gráfico é considerado uma extensão do formato tradicional, pois **permite analisarmos duas dimensões de uma variável categórica**, em vez de apenas uma. Cada coluna é dividida em várias partes que ficam empilhadas umas sobre as outras, cada uma correspondendo a um nível da segunda variável categórica.



Fonte: Censo Demográfico 1970/2010 (IBGE)

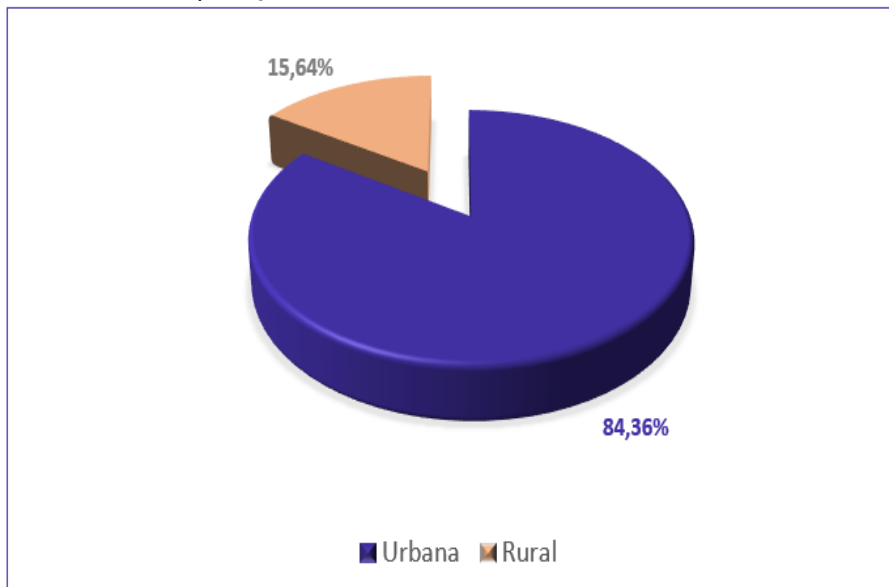
Gráfico em Setores

O **gráfico em setores** (também conhecido como **gráfico de pizza**) é usado para representar a **frequência relativa (porcentagem)** de uma variável categórica. Ele é formado por um círculo dividido em setores circulares, cada um representando uma categoria, cujos ângulos centrais são proporcionais às frequências relativas da categoria.



Para a construção do gráfico de setores, utilizaremos uma regra de três simples, em que as frequências relativas de cada categoria correspondem ao ângulo central que desejamos representar em relação à frequência total, que corresponde ao ângulo de 360° .

População Urbana e Rural do Brasil em 2010

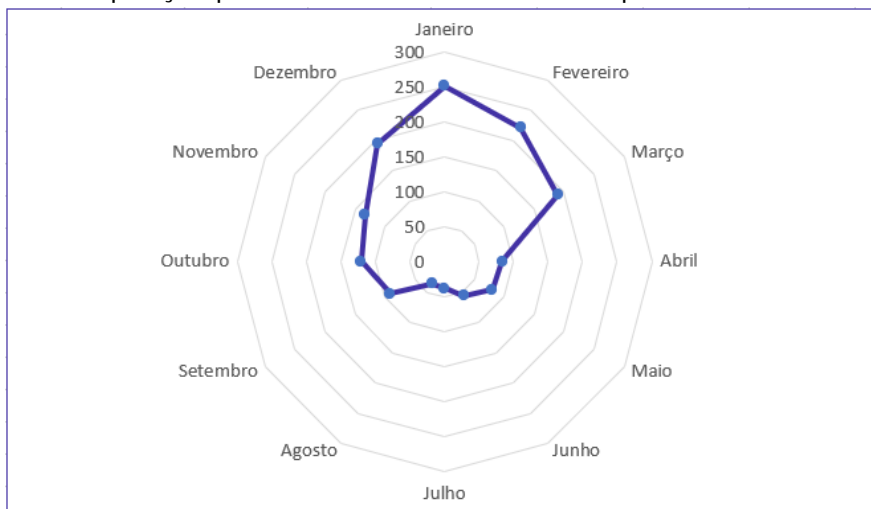


Fonte: Sinopse do Censo Demográfico de 2010 (IBGE)

Gráfico Polar

O **gráfico polar** consiste em uma sequência de eixos igualmente espaçados (ângulos iguais), cada um representando uma das variáveis. Uma linha é desenhada ligando os valores de cada eixo. Esse tipo de gráfico é usado para representar **séries temporais cíclicas**, que apresentam uma determinada periodicidade, como é o caso da precipitação pluviométrica mensal média:

Precipitação pluviométrica média do município de São Paulo



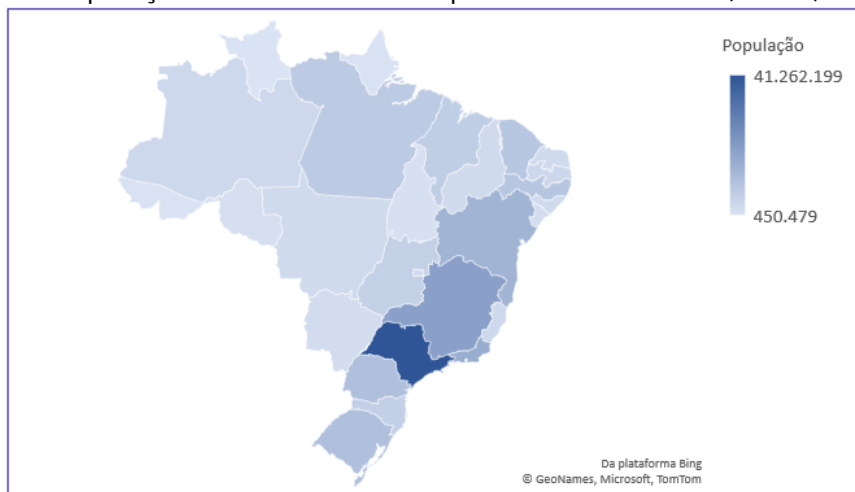
Fonte: Atlas Pluviométrico do Brasil (Serviço Geológico do Brasil)



Cartograma

O **cartograma** é empregado com a finalidade de apresentar **dados estatísticos diretamente relacionados com áreas geográficas**. As áreas do cartograma podem ser preenchidas por pontos, hachuras ou cores. O significado do preenchimento será indicado em uma legenda. Vejamos a população residente em cada Estado brasileiro:

População residente no Brasil por Estado em 2010 (x1000)

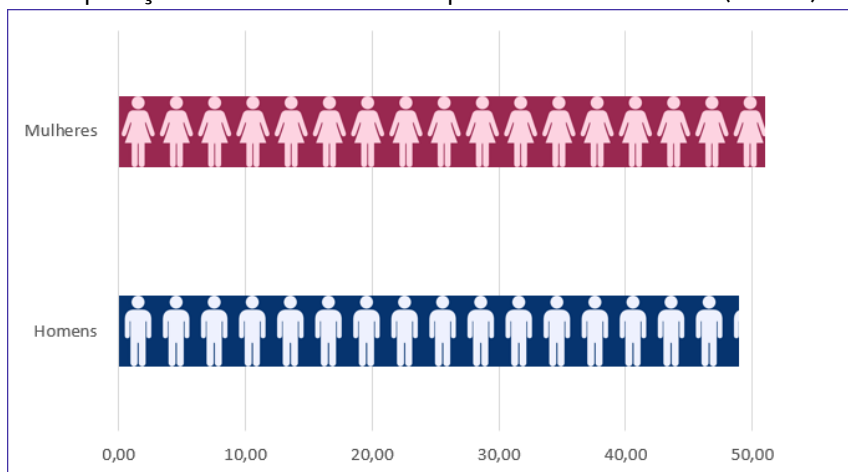


Fonte: Sinopse do Censo Demográfico de 2010 (IBGE)

Pictograma

O **pictograma** **substitui valores por ícones**, tornando os dados mais atraentes e facilitando o entendimento acerca de um determinado fenômeno. Normalmente, uma legenda é utilizada para indicar o que cada ícone representa. Os ícones devem possuir o mesmo tamanho, mas podem aparecer fracionados para mostrar a respectiva fração de uma determinada quantidade. A proporção de homens e mulheres na população brasileira é apresentada no pictograma a seguir:

População residente no Brasil por Estado em 2010 (x1000)

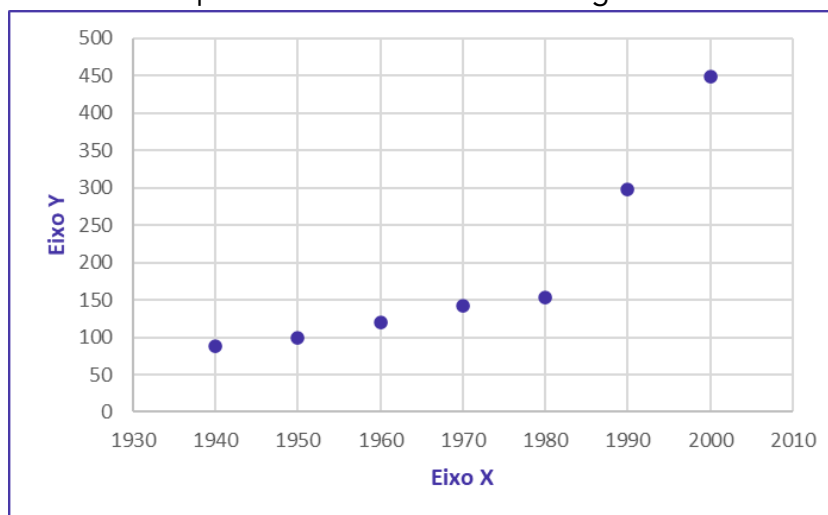


Fonte: Sinopse do Censo Demográfico de 2010 (IBGE)

Gráfico de Dispersão

O gráfico de dispersão é uma **representação de pares ordenados** em um **plano cartesiano**, composto por um eixo vertical (ordenada) e um eixo horizontal (abscissa). Os dados são representados como uma coleção de pontos, cada um com o valor de uma variável determinando a posição no eixo horizontal e o valor da outra variável determinando a posição no eixo vertical. É uma ferramenta poderosa para estudar a relação entre duas variáveis.

Municípios criados e instalados na região Norte.



Fonte: Sinopse do Censo Demográfico de 2010 (IBGE)

Diagrama de Ramos e Folhas

O **diagrama de ramos e folhas** fornece uma maneira rápida de representar graficamente a distribuição dos dados. Nesse diagrama, cada número é separado em duas partes. Em geral, de um lado ficam as unidades do número e do outro lado fica o restante desse número.

Consideremos o seguinte rol crescente:

85, 89, 96, 98, 99, 103, 104, 105, 113, 114, 115, 115, 123, 123, 124, 126, 126, 126, 127, 128, 129, 129, 134, 135, 135, 135, 137, 137, 137, 142, 143, 143, 148, 153, 154, 155, 157, 158, 159, 161, 161, 165, 168, 170, 171, 171, 171, 173, 175, 175

A representação utilizando um diagrama de ramos e folhas ficaria assim:

8	5 9	Chave: 8 5 = 85
9	6 8 9	
10	3 4 5	
11	3 4 5 5	
12	3 3 4 6 6 6 7 8 9 9	
13	4 5 5 5 7 7 7	
14	2 3 3 8	
15	3 4 5 7 8 9	
16	1 1 5 8	
17	0 1 1 1 3 5 5	



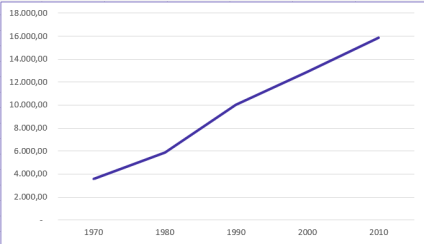
Repare que, no lado esquerdo, temos as centenas e as dezenas representando os ramos. Por sua vez, no lado direito, temos as unidades representando as folhas. As folhas, portanto, estão vinculadas aos ramos. Dessa maneira, a chave "9 | 6 8 9" significa que, no rol original, havia os números 96, 98 e 99.

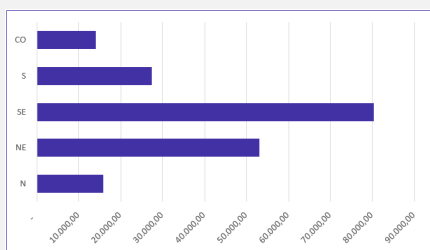
Também é comum encontrarmos diagramas de ramos e folhas em que as unidades são separadas em dois grupos: de 0 a 4 e de 5 a 9. Nesse caso, teríamos o seguinte diagrama:

[illegible]

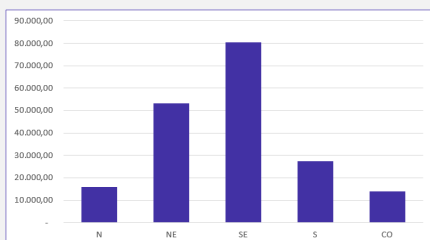
Por fim, é importante observarmos que não existe uma regra única para a construção do diagrama de ramos e folhas. O formato mais comumente encontrado é o que separa o número em duas partes, porém, a depender da chave escolhida, o número pode ser separado em mais partes. Assim, ao resolver questões que envolvem esse tipo de diagrama, devemos observar a chave adotada.



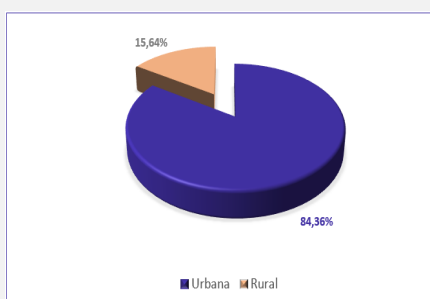
Gráfico	Definição												
 Um gráfico de linha com o eixo horizontal (tempo) rotulado de 1970 a 2010 em incrementos de 10 anos. O eixo vertical (valores) varia de 0 a 18.000,00 em incrementos de 2.000,00. A linha representa um crescimento contínuo, começando em aproximadamente 3.500,00 em 1970 e terminando em 16.000,00 em 2010. <table border="1"><thead><tr><th>Ano</th><th>Valor</th></tr></thead><tbody><tr><td>1970</td><td>3.500,00</td></tr><tr><td>1980</td><td>6.000,00</td></tr><tr><td>1990</td><td>10.000,00</td></tr><tr><td>2000</td><td>12.500,00</td></tr><tr><td>2010</td><td>16.000,00</td></tr></tbody></table>	Ano	Valor	1970	3.500,00	1980	6.000,00	1990	10.000,00	2000	12.500,00	2010	16.000,00	Os gráficos em linha normalmente são usados para representar a variação dos valores de uma variável ao longo do tempo. Esse tipo de gráfico permite-nos comparar duas variáveis: uma é traçada no eixo x (horizontal) e a outra no eixo y (vertical).
Ano	Valor												
1970	3.500,00												
1980	6.000,00												
1990	10.000,00												
2000	12.500,00												
2010	16.000,00												



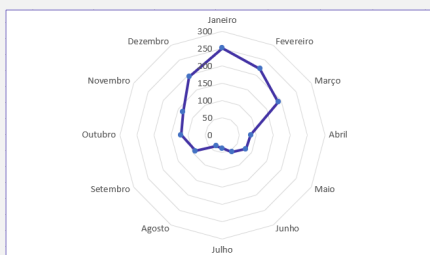
Os **gráficos em barra** normalmente são usados para representar distribuições de dados categóricos ou qualitativos. Uma série estatística é representada por um conjunto de retângulos dispostos **horizontalmente**, cada um indicando uma categoria particular.



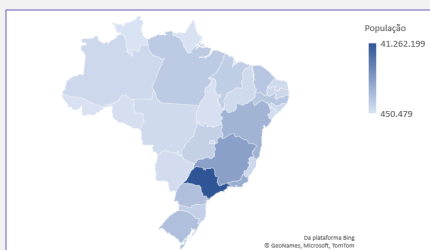
Os **gráficos em coluna** também são usados para distribuições de dados categóricos ou qualitativos. A diferença básica é que, agora, uma série estatística é representada por um conjunto de retângulos dispostos **verticalmente**, cada um indicando uma categoria particular.



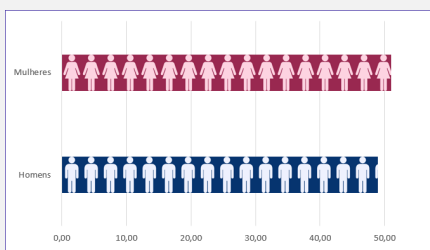
O **gráfico em setores** é usado para representar a frequência relativa (porcentagem) de uma variável categórica, sendo formado por um círculo dividido em setores circulares, cada um representando uma categoria.



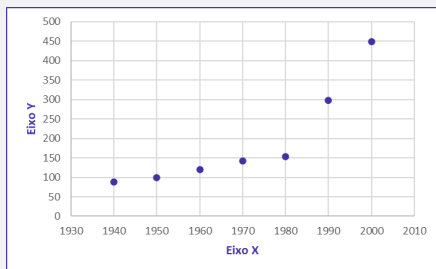
O **gráfico polar** consiste em uma sequência de eixos igualmente espaçados (ângulos iguais), cada um representando uma das variáveis. Uma linha é desenhada ligando os valores de cada eixo.



O **cartograma** é empregado com a finalidade de apresentar dados estatísticos diretamente relacionados com áreas geográficas.



O **pictograma** substitui valores por ícones, tornando os dados mais atraentes e facilitando o entendimento acerca de um determinado fenômeno.



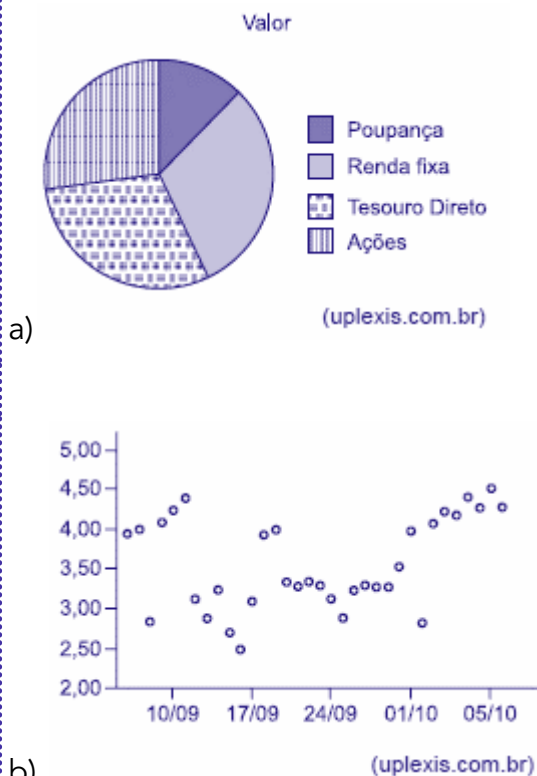
O **gráfico de dispersão** é uma representação de pares ordenados em um plano cartesiano, composto por um eixo vertical (ordenada) e um eixo horizontal (abscissa). Os dados são representados como uma coleção de pontos.

8	5	9	Chave: 8 5 = 85	
9	6	8	9	
10	3	4	5	
11	3	4	5	5
12	3	3	4	6 6 6 7 8 9 9
13	4	5	5	5 7 7 7
14	2	3	3	8
15	3	4	5	7 8 9

O **diagrama de ramos e folhas** fornece uma maneira rápida de representar graficamente a distribuição dos dados. Nele, cada número é separado em duas partes. Em geral, de um lado ficam as unidades do número e do outro lado fica o restante desse número.

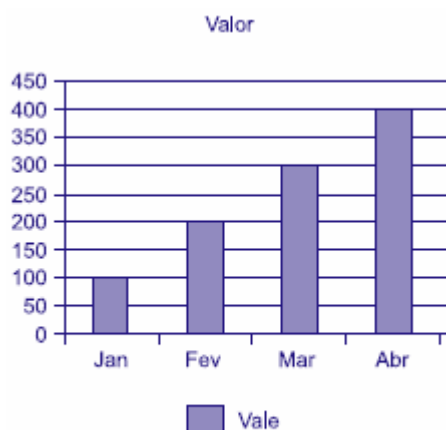


(VUNESP/UNICAMP/2019) Assinale dentre os exemplos a seguir, o gráfico de dispersão.

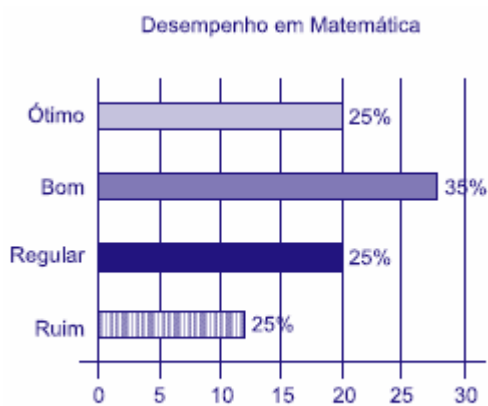




c) (uplexis.com.br)



d) (uplexis.com.br)



e) (uplexis.com.br)

Comentários:

Analisando cada gráfico, temos:

Letra A: Alternativa Errada. O gráfico de setores é formado por um círculo dividido em setores circulares, cada um representando uma categoria, cujos ângulos centrais são proporcionais às frequências relativas da categoria.



Letra B: Alternativa Correta. O gráfico de dispersão é uma representação gráfica que analisa a relação entre duas variáveis quantitativas — uma de causa e outra de efeito, chamadas de variáveis independente e dependente, respectivamente. Esse tipo de diagrama traz números simultâneos das duas variáveis, deixando visível se o que acontece em uma variável interfere na outra.

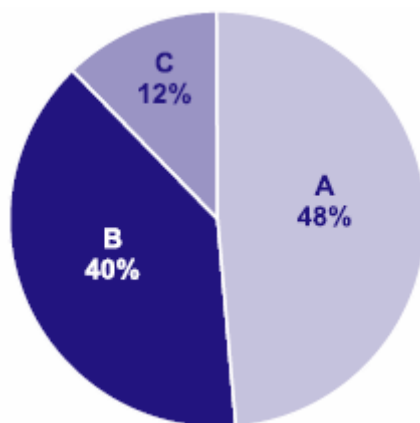
Letra C: Alternativa Errada. O gráfico em linhas é o gráfico em que os pontos são geralmente usados para controlar alterações ao longo do tempo e para facilitar a identificação de tendências ou de anomalias.

Letra D: Alternativa Errada. Os gráficos em colunas assim como os gráficos de barras são usados para distribuições de dados categóricos ou qualitativos. A diferença básica é que, no primeiro, uma série estatística é representada por um conjunto de retângulos dispostos verticalmente, cada um indicando uma categoria particular, todos com a mesma largura e alturas proporcionais aos respectivos.

Letra E: Alternativa Errada. Os gráficos em barras normalmente são usados para representar distribuições de dados categóricos ou qualitativos. Uma série estatística é representada por um conjunto de retângulos dispostos horizontalmente, cada um indicando uma categoria particular, os quais possuem a mesma altura e comprimentos proporcionais aos respectivos dados.

Gabarito: B.

(VUNESP/Pref. Campinas/2019) Uma empresa atua em três segmentos de mercado, A, B e C. O gráfico de setores mostra a distribuição percentual, por segmento, da receita total obtida por essa empresa em 2018.



Sabendo-se que a receita obtida no segmento A superou a receita obtida no segmento B em R\$ 64 milhões, é correto afirmar que a receita obtida no segmento C foi igual a

- a) R\$ 98 milhões.
- b) R\$ 96 milhões.
- c) R\$ 94 milhões.
- d) R\$ 88 milhões.
- e) R\$ 86 milhões.

Comentários:



Consideremos T o total de receitas obtidas pela empresa em 2018. Pelas informações apresentadas no gráfico de pizza, temos:

$$A = 0,48 \times T$$

$$B = 0,4 \times T$$

$$C = 0,12 \times T$$

Sabendo que a receita obtida no segmento A superou a receita obtida no segmento B em R\$ 64 milhões, então:

$$A = B + 64$$

$$0,48 \times T = 0,4 \times T + 64$$

$$0,8 \times T = 64$$

$$T = 800 \text{ milhões}$$

Logo,

$$C = 0,12 \times T$$

$$C = 12 \times 800$$

$$C = 96 \text{ milhões}$$

Gabarito: B.

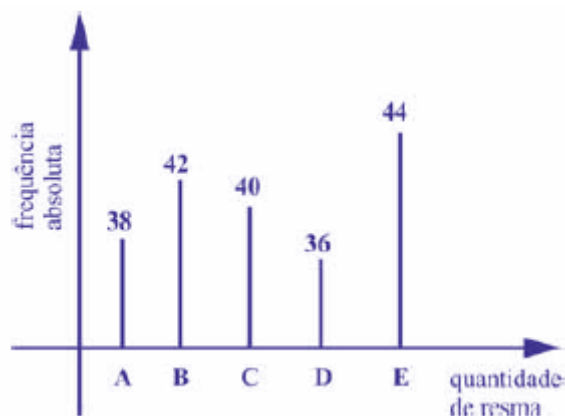
(CESPE/CBM-AL/2017) Na tabela a seguir, A, B, C, D e E são as quantidades de resmas de papel A4 consumidas, em quatro meses, pelas seções administrativas I, II, III, IV e V, respectivamente. Apesar de não mostrar explicitamente essas quantidades, a tabela apresenta as frequências absolutas e (ou) relativas de algumas dessas quantidades.

Seção	Quantidades de Resmas	Frequência Absoluta	Frequência Relativa
I	A	38	19%
II	B		
III	C		20%
IV	D	36	
V	E	44	
	Total		100%

Considerando que cada uma dessas resmas, juntamente com a embalagem, tem forma de um paralelepípedo retângulo reto que mede 5 cm × 21 cm × 30 cm, julgue o item seguinte.

O gráfico de barras verticais a seguir apresenta as frequências absolutas de resmas consumidas pelas cinco seções.





Comentários:

Podemos usar uma regra de três simples para completar a tabela. Primeiro, vamos encontrar o valor que representa 100%:

$$38 = 0,19$$

$$Q = 1,00$$

$$Q = \frac{38 \times 1,00}{0,19} = 200$$

Encontrando o valor de 20%:

$$200 = 1,00$$

$$C = 0,20$$

$$C = \frac{200 \times 0,2}{1,00} = 40$$

Agora, basta sabermos a frequência absoluta na seção II. Como foram consumidas 200 resmas, então o número de resmas consumidas pela seção II foi:

$$200 - 38 - 40 - 36 - 44 = 42$$

Dessa forma, nas seções I, II, III, IV e V foram consumidas, respectivamente 38, 42, 40, 36 e 44 resmas de papel A4, conforme mostra o gráfico.

Gabarito: Certo.

#SOU CORUJA



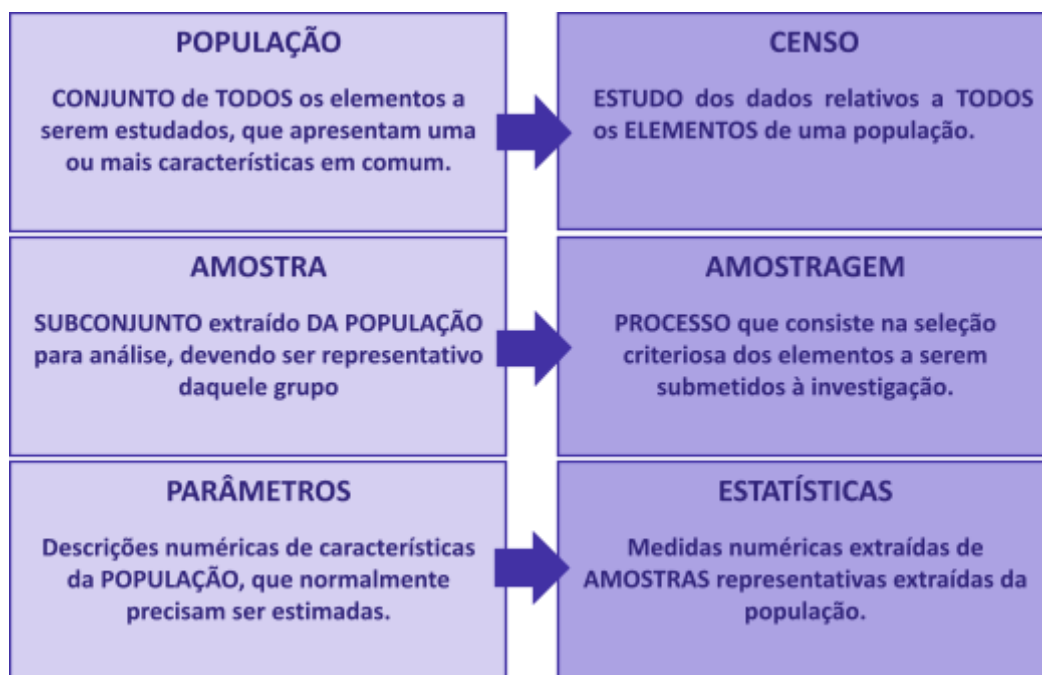
RESUMO DA AULA

INTRODUÇÃO À ESTATÍSTICA

A Estatística pode ser dividida em três grandes ramos: **Estatística Descritiva** (ou dedutiva), **Estatística Probabilística** e **Estatística Inferencial** (ou indutiva).

ESTATÍSTICA DESCRITIVA É responsável pela coleta, organização, descrição e resumo dos dados observados.	ESTATÍSTICA PROBABILÍSTICA É responsável por estabelecer o modelo matemático adotado para explicar fenômenos aleatórios.	ESTATÍSTICA INFERENCIAL É responsável pela análise e interpretação dos dados.
---	--	---

CONCEITOS INICIAIS



MÉTODO EXPERIMENTAL X MÉTODO ESTATÍSTICO

MÉTODO EXPERIMENTAL As CAUSAS são mantidas CONSTANTES, COM EXCEÇÃO DE UMA, que é VARIADA para que seus efeitos sejam descobertos.	MÉTODO ESTATÍSTICO Admite e REGISTRA TODAS AS POSSÍVEIS VARIAÇÕES DAS CAUSAS PRESENTES, procurando determinar a influência de cada fator no resultado.
---	--



DADOS ESTATÍSTICOS

Com relação ao número de observações coletadas, os dados são classificados em **univariados**, **bivariados** ou **multivariados**:

DADOS UNIVARIADOS	DADOS BIVARIADOS	DADOS MULTIVARIADOS
É quando uma única observação de cada indivíduo é registrada.	É quando duas observações de cada indivíduo são registradas.	É quando mais duas observações acerca de cada indivíduo são registradas

Quanto à forma de apresentação, os dados podem ser classificados em **dados brutos** ou **rol**.

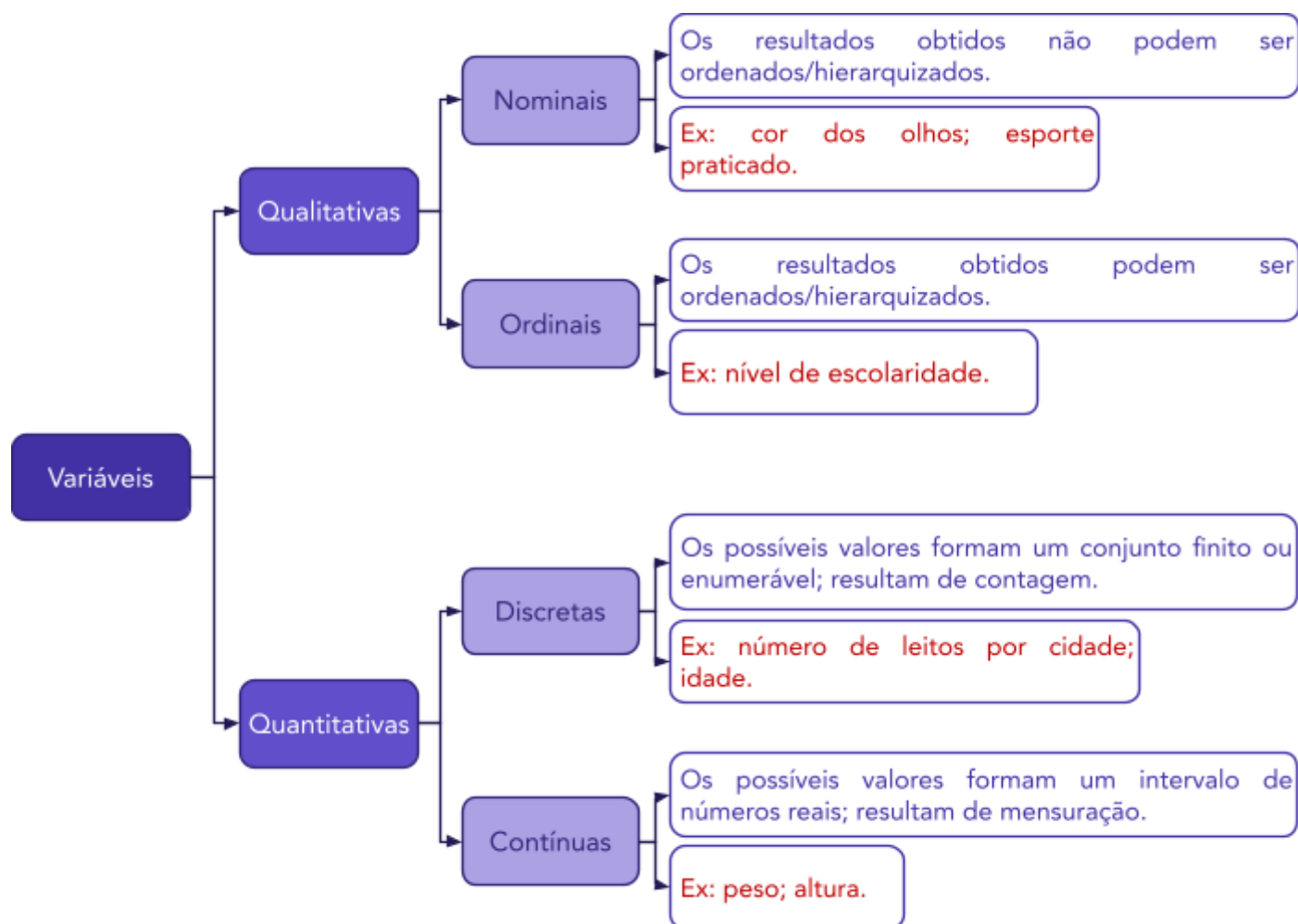


VARIÁVEIS ESTATÍSTICAS

As variáveis estatísticas podem ser classificadas, inicialmente, em duas categorias: **qualitativas** e **quantitativas**.

FIQUE ATENTO!

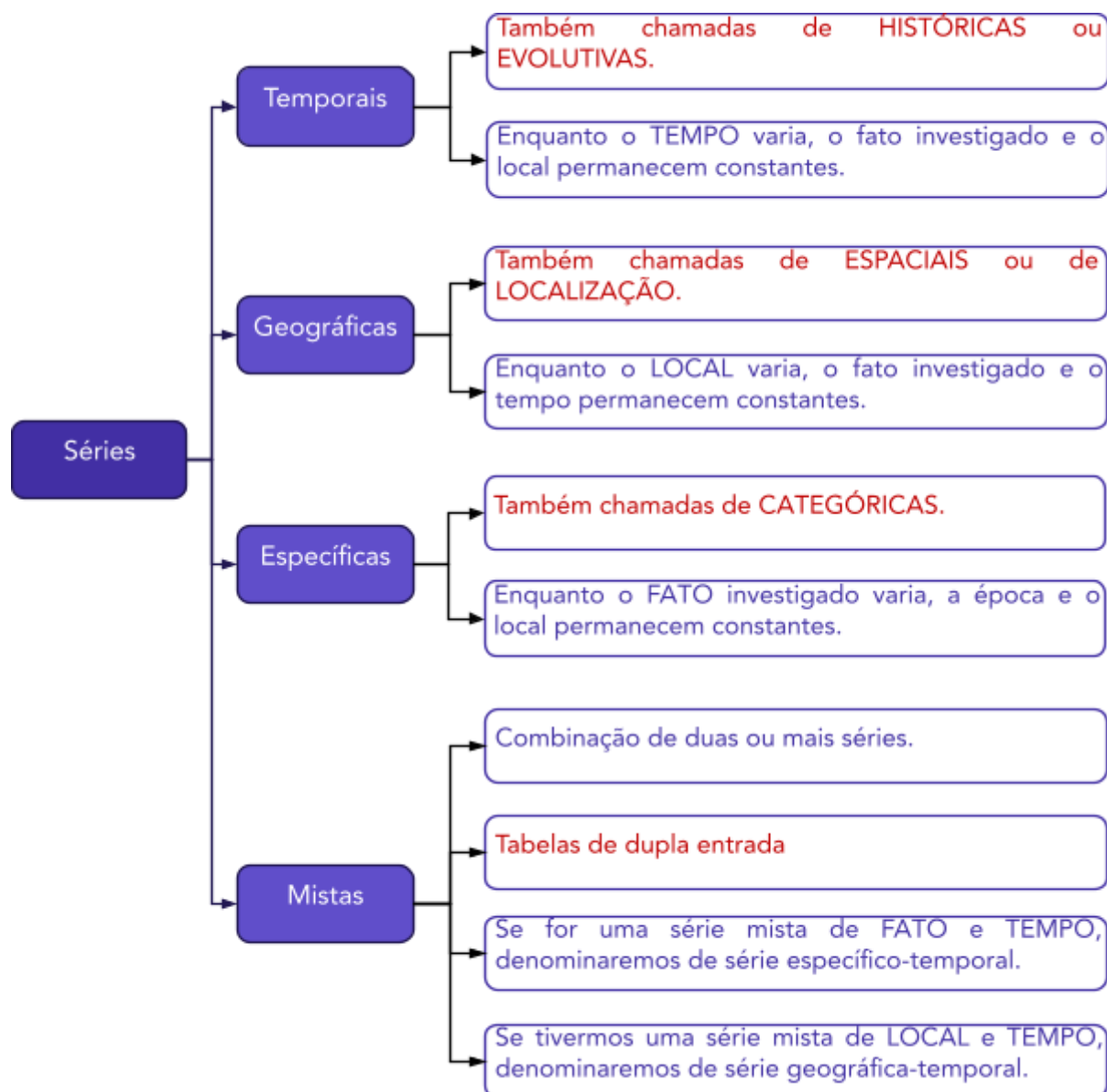




SÉRIES ESTATÍSTICAS

As séries estatísticas podem ser classificadas em: temporais, geográficas, específicas ou mistas:





DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS

As distribuições de frequências podem ser classificadas em dois tipos: distribuição de frequências pontual (ou discreta) e distribuição de frequências intervalar (ou contínua).

DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS PONTUAL	DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS INTERVALAR
São apresentados todos os dados coletados juntamente com suas respectivas frequências, não havendo perda de valores.	É agrupamento os valores por intervalos de classe.

Elementos de uma Distribuição de Frequências

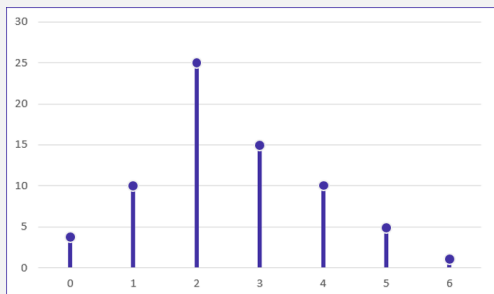


Item	Definição	Símbolos e Fórmulas
Número de Classes	As classes são os intervalos nos quais o fenômeno é subdividido.	$k = 1 + 3,3 \times \log n$ $k = \sqrt{n}$
Limites de Classe	Correspondem aos valores extremos.	l_{inf} e l_{sup}
Amplitude de um Intervalo de Classe	Distância entre os limites inferiores (ou superiores) de classes consecutivas.	$h = l_{sup} - l_{inf}$
Amplitude total	Diferença entre o limite superior da última classe (limite superior máximo) e o limite inferior da primeira classe (limite inferior mínimo).	$AT = l_{máx} - l_{mín}$ $AT = h \times k$
Ponto Médio	Média aritmética simples dos valores extremos de uma classe.	$PM = \frac{(l_{inf} + l_{sup})}{2}$ $PM = l_{inf} + \frac{h}{2}$ $PM = l_{sup} - \frac{h}{2}$
Frequência Absoluta Simples	Número de observações correspondentes a uma determinada classe ou a um determinado valor.	f_i
Frequência Absoluta Acumulada	Total das frequências de todos os valores inferiores ao limite superior do intervalo de uma dada classe	$f_{ac_i} = f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_i$
Frequência Relativa Simples	Proporção de dados existentes em uma determinada classe.	$F_i = \frac{f_i}{\Sigma f_i} = \frac{f_i}{n}$
Frequência Relativa Acumulada	Proporção de valores inferiores ao limite superior do intervalo de uma dada classe.	$F_{ac_i} = F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_i$
Densidade de Frequência	Quociente entre a frequência da classe (absoluta ou relativa) e sua amplitude	$d = \frac{f}{h}$

REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS DAS DISTRIBUIÇÕES DE FREQUÊNCIA

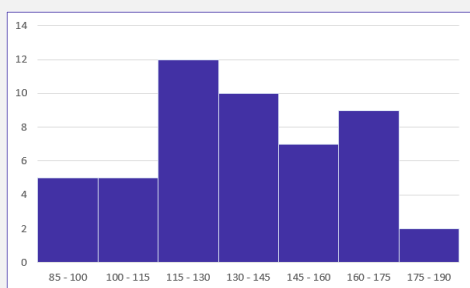


Gráfico

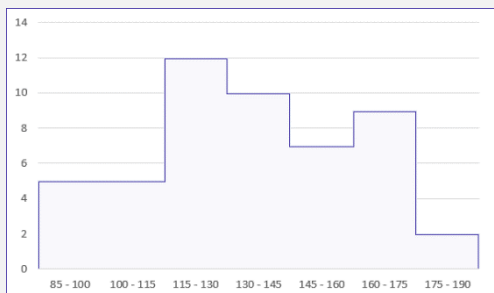


Definição

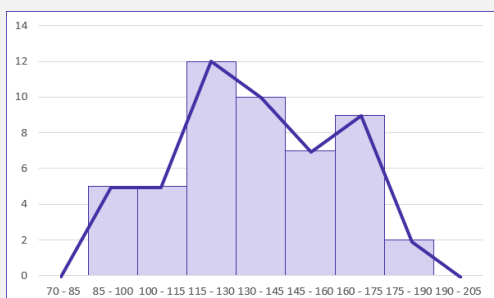
O **gráfico de hastes ou bastões** é muito utilizado para representar dados não agrupados em classes, o que normalmente ocorre com dados discretos.



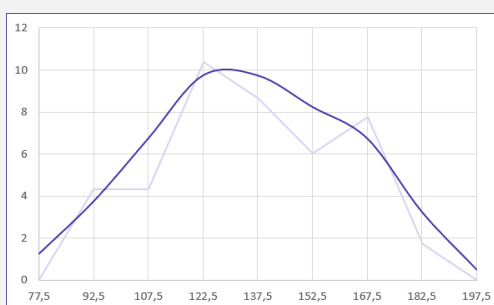
O **histograma** é um gráfico destinado a representar dados agrupados em classe, sendo composto por um conjunto de **retângulos contíguos (justapostos)**.



A **poligonal característica** é construída utilizando apenas os contornos do histograma.

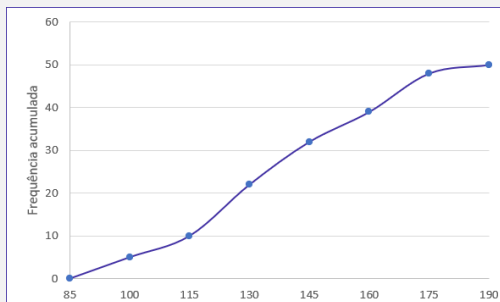


O **polígono de frequências** é um gráfico em linha obtido por meio da ligação, por segmentos de reta, dos pontos médios das bases superiores dos retângulos de um histograma.



A **curva de frequências** é obtida a partir do polígono de frequências

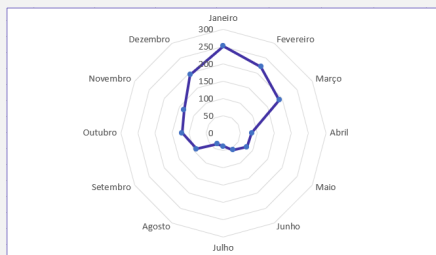




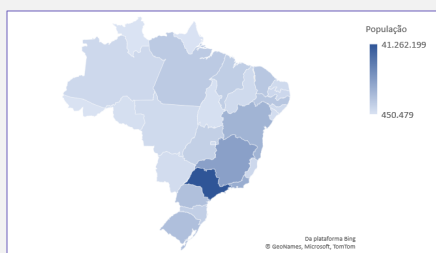
O **gráfico de ogiva** é empregado na representação de distribuições de frequências acumuladas, sejam elas crescentes ou decrescentes

Principais formas de **representação de dados estatísticos**:

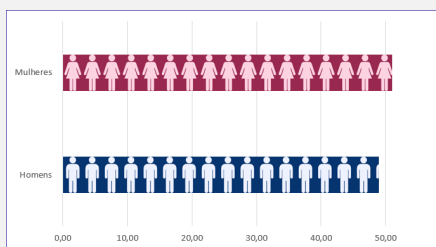
Gráfico	Definição
	Os gráficos em linha normalmente são usados para representar a variação dos valores de uma variável ao longo do tempo. Esse tipo de gráfico permite-nos comparar duas variáveis: uma é traçada no eixo x (horizontal) e a outra no eixo y (vertical).
	Os gráficos em barra normalmente são usados para representar distribuições de dados categóricos ou qualitativos. Uma série estatística é representada por um conjunto de retângulos dispostos horizontalmente , cada um indicando uma categoria particular.
	Os gráficos em coluna também são usados para distribuições de dados categóricos ou qualitativos. A diferença básica é que, agora, uma série estatística é representada por um conjunto de retângulos dispostos verticalmente , cada um indicando uma categoria particular.
	O gráfico em setores é usado para representar a frequência relativa (porcentagem) de uma variável categórica, sendo formado por um círculo dividido em setores circulares, cada um representando uma categoria.



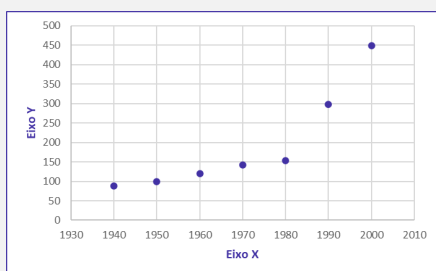
O **gráfico polar** consiste em uma sequência de eixos igualmente espaçados (ângulos iguais), cada um representando uma das variáveis. Uma linha é desenhada ligando os valores de cada eixo.



O **cartograma** é empregado com a finalidade de apresentar dados estatísticos diretamente relacionados com áreas geográficas.



O **pictograma** substitui valores por ícones, tornando os dados mais atraentes e facilitando o entendimento acerca de um determinado fenômeno.



O **gráfico de dispersão** é uma representação de pares ordenados em um plano cartesiano, composto por um eixo vertical (ordenada) e um eixo horizontal (abscissa). Os dados são representados como uma coleção de pontos.

8	5	9	Chave: 8 5 = 85	
9	6	8	9	
10	3	4	5	
11	3	4	5	5
12	3	3	4	6 6 6 7 8 9 9
13	4	5	5 5 7 7 7	
14	2	3	3 8	
15	3	4	5 7 8 9	

O **diagrama de ramos e folhas** fornece uma maneira rápida de representar graficamente a distribuição dos dados. Nele, cada número é separado em duas partes. Em geral, de um lado ficam as unidades do número e do outro lado fica o restante desse número.



QUESTÕES COMENTADAS – CEBRASPE

Conceitos Iniciais

1. (CEBRASPE/CTI/2024) Julgue o item que se segue, relativos a modelos de regressão e inferência estatística.

A inferência estatística consiste na formulação de proposições probabilísticas a partir de evidências já observadas.

Comentários:

A inferência estatística é o processo de tirar conclusões sobre uma população com base em uma amostra de dados observada. Esse processo envolve a formulação de proposições probabilísticas, pois as conclusões são feitas com incerteza, sendo expressas em termos de probabilidade. Métodos como a estimação pontual, intervalar e o teste de hipóteses são usados para inferir propriedades da população a partir da amostra disponível.

Gabarito: Certo.

2. (CEBRASPE/PGDF/2021) Certa empresa desejava conhecer as opiniões de seus 20.000 funcionários acerca da confiança que eles têm no canal interno de denúncias. Para tanto, elaborou-se um questionário eletrônico que foi remetido, por email, para todos os endereços eletrônicos cadastrados, tendo sido desenvolvidos mecanismos para evitar que uma pessoa respondesse em lugar de outra, ou que uma mesma pessoa respondesse mais de uma vez. O questionário foi respondido por 400 pessoas, das quais 68% disseram confiar no processo de apuração de denúncias e 32% disseram ter reservas quanto ao processo. Verificou-se ainda que cerca de 500 mensagens retornaram por falha no cadastro dos endereços eletrônicos (erros de digitação), e que algumas respostas foram atribuídas a pessoas que não são mais funcionários; ainda, os endereços eletrônicos de alguns funcionários recém contratados não constavam do cadastro.

Com relação a essa situação hipotética, julgue o item a seguir.

As informações apresentadas permitem afirmar que a população- alvo da pesquisa difere da população referenciada.

Comentários:

Vamos analisar as informações contidas no enunciado da questão:



- i) a empresa desejava conhecer a opinião dos seus 20.000 funcionários, logo, essa é a população-alvo da pesquisa;
- ii) o questionário foi enviado por e-mail aos funcionários cadastrados, portanto, essa é a população referenciada da pesquisa;
- iii) apenas 400 (quatrocentas) pessoas responderam ao questionário, tendo havido falha na entrega de 500 mensagens;
- iv) da população referenciada, alguns funcionários não trabalhavam mais na empresa; e
- v) da população-alvo, alguns funcionários novos não estavam cadastrados no e-mail.

Assim, podemos concluir que a população-alvo não foi alcançada, visto que era diferente da população referenciada, isto é, das pessoas cadastradas no serviço de e-mail.

Gabarito: Certo.

3. (CEBRASPE/DEPEN/2015) O diretor de um sistema penitenciário, com o propósito de estimar o percentual de detentos que possuem filhos, entregou a um analista um cadastro com os nomes de 500 detentos da instituição para que esse profissional realizasse entrevistas com os indivíduos selecionados.

A partir dessa situação hipotética e dos múltiplos aspectos a ela relacionados, julgue o item, referente a técnicas de amostragem.

A diferença entre um censo e uma amostra consiste no fato de esta última exigir a realização de um número maior de entrevistas.

Comentários:

Um censo é a análise de todos os elementos de determinada população. Trabalhamos com uma amostra quando obtemos informações de apenas uma parte dessa população. Portanto, o censo requer a realização de um número maior de entrevistas.

Gabarito: Errado.



QUESTÕES COMENTADAS – CEBRASPE

Variáveis Estatísticas

1. (CEBRASPE/PC-PE/2024) Considerando um formulário com as variáveis nome, altura, idade, CPF e peso, julgue os itens a seguir.

I Nesse formulário, há quatro variáveis quantitativas e uma variável qualitativa.

II A altura e o peso são exemplos de variáveis quantitativas contínuas.

III Idade é um exemplo de variável qualitativa ordinal.

Assinale a opção correta.

- a) Nenhum item está certo.
- b) Apenas o item II está certo.
- c) Apenas o item III está certo.
- d) Apenas os itens I e II estão certos.
- e) Apenas os itens I e III estão certos.

Comentários:

O formulário contém as seguintes variáveis:

- nome – variável qualitativa nominal, pois representa uma categoria sem ordem definida;
- altura – variável quantitativa contínua, pois pode assumir qualquer valor dentro de um intervalo (exemplo: 1,78m).
- idade – variável quantitativa discreta, pois assume valores inteiros (exemplo: 35 anos).
- CPF – variável qualitativa nominal, pois é um identificador sem significado numérico em termos estatísticos.
- peso – variável quantitativa contínua, pois pode assumir valores fracionários (exemplo: 84,3Kg).

Item I: **Errado**. Nesse formulário, há quatro variáveis quantitativas e uma variável qualitativa.

São três variáveis quantitativas (altura, idade e peso) e duas qualitativas (nome e CPF).



Item II: **Certo**. A altura e o peso são exemplos de variáveis quantitativas contínuas.

De fato, altura e peso são variáveis quantitativas contínuas, pois podem assumir valores fracionários dentro de um intervalo.

Item III: **Errado**. Idade é um exemplo de variável qualitativa ordinal.

A idade é uma variável quantitativa discreta, pois representa um valor numérico e assume números inteiros. Se a idade fosse categorizada em faixas etárias (jovem, adulto, idoso), ela poderia ser considerada uma variável qualitativa ordinal. No entanto, no formulário, ela é numérica.

Logo, apenas o item II está certo.

Gabarito: B.

2. (CEBRASPE/CTI/2024) A respeito de dados, julgue o item a seguir.

Se uma empresa fizer o levantamento da altura de certa população, então, nesse caso, a altura será considerada um dado numérico.

Comentários:

A altura representa uma característica mensurável dos indivíduos. Como se trata de um valor quantitativo, a altura é classificada como um dado numérico. Além disso, a altura é uma variável quantitativa contínua, pois pode assumir qualquer valor dentro de um intervalo (exemplo: 1,70m, 1,72m, etc.). Portanto, a afirmação está correta.

Gabarito: Certo.

3. (CEBRASPE/TCE-PR/2024)

Tabela 1A4

A tabela a seguir apresenta informações cadastrais de dez contratos de empréstimos selecionados por um auditor para sua análise acerca da atuação de certa entidade financeira.

Contratante	Empréstimo (Valor em R\$)	Número de Prestações
Bruno Pereira Dantas	30.000	24
Viviane Alves Feitosa	15.000	12



Helena Rodrigues dos Santos	40.000	36
Pedro Augusto Gomes	45.000	48
Sebastião Pereira Gomes	9.000	18
Carine Sousa e Silva	28.000	36
Augusto Alves dos Santos	26.000	24
Carla Batista Rodriguez	51.000	60
Maria Helena Gomes dos Santos	18.000	18
Pedro Gomes Pereira	48.000	24

Para a tabela 1A4, a variável número de prestações é do tipo

- a) qualitativa nominal.
- b) quantitativa discreta.
- c) quantitativa contínua.
- d) qualitativa ordinal.
- e) quantitativa ordinal.

Comentários:

A variável "número de prestações" é do tipo quantitativa discreta, pois representa uma contagem de parcelas em valores inteiros (12, 18, 24, etc.), sem possibilidade de assumir valores fracionários. Por ser uma variável numérica, ela não pode ser classificada como qualitativa, e, por se tratar de uma contagem, não é contínua.

Gabarito: B.

4. (CEBRASPE/TSE/2024) Julgue o item a seguir, considerando as técnicas empregadas em resumos de dados levantados de uma população.

Embora seja possível representar graficamente uma variável contínua como uma variável discreta, não é possível representar graficamente variáveis discretas como se fossem contínuas.

Comentários:

Embora variáveis contínuas e discretas tenham naturezas distintas, ambas podem ser representadas graficamente de maneiras diferentes.



É comum representar variáveis contínuas de forma discreta quando agrupamos valores contínuos em intervalos e os representamos em gráficos de barras ou histogramas com classes definidas.

Da mesma forma, também é possível representar variáveis discretas como se fossem contínuas, é o caso por exemplo da representação gráfica de uma série temporal, que, embora aparente continuidade, está representando valores discretos.

Portanto, a afirmação de que não é possível representar variáveis discretas como contínuas está incorreta.

Gabarito: Errado.

5. (CEBRASPE/DPE-RO/2022)

Variável	Valores
estado civil	casado, solteiro, divorciado
quantidade de filhos	0, 1, 2, 3 ...
salário	6.510,25; 7.915,68
idade	22, 23, 27

Com relação às variáveis apresentadas na tabela anterior, julgue os itens a seguir.

I. A variável estado civil é qualitativa nominal.

II. A variável quantidade de filhos é quantitativa discreta.

III. As variáveis salário e estado civil são quantitativas discretas.

IV. As variáveis idade e quantidade de filhos são qualitativas nominais.

Estão certos apenas os itens

- a) I e II.
- b) II e III.
- c) III e IV.
- d) I, II e IV.



e) I, III e IV.

Comentários:

Vamos analisar cada variável da tabela:

A variável "estado civil" é qualitativa nominal. Dizemos que a variável "estado civil" é qualitativa pois ela não possui um sentido numérico ou quantitativo. Também podemos afirmar que é nominal por não possuir significado matemático, logo, as possíveis categorias não podem ser ordenadas.

A variável "quantidade de filhos" é quantitativa e discreta. É quantitativa porque possui valor quantitativo, exprime uma quantidade. Também podemos afirmar que a variável é discreta porque ela possui uma quantidade finita de valores. Os possíveis valores formam um conjunto finito ou enumerável de números e, em geral, resultam de um processo de contagem.

A variável "salário" é quantitativa e discreta. É quantitativa pois possui valor quantitativo, exprimindo uma quantidade. Também podemos afirmar que é discreta porque possui uma quantidade finita de valores.

A variável "idade" é quantitativa e discreta. É quantitativa pois possui valor quantitativo, exprime uma quantidade. Também podemos afirmar que é discreta porque possui uma quantidade finita de valores.

Portanto, analisando os itens, podemos constatar que os únicos corretos são os itens I e II.

Gabarito: A.

6. (CEBRASPE/DPE-RO/2022) O valor de um atributo de um dado objeto é uma medida da quantidade daquele atributo, a qual pode ser numérica ou categórica.

Nesse caso, estado civil e sexo são classificados como atributo

- a) binário.
- b) nominal.
- c) ordinal.
- d) ausente.
- e) razão.

Comentários:



As variáveis qualitativas representam as características que não podem ser descritas de forma numérica, mas que podem ser definidas por meio de qualidades (atributos ou categorias) do indivíduo pesquisado. No caso, as variáveis "estado civil" e "sexo" são qualitativas nominais (ou categóricas), pois as categorias não podem ser ordenadas nem possuem significado matemático.

Gabarito: B.

7. (CEBRASPE/IPHAN/2018). Julgue o item subsequente, referente à análise exploratória de dados.

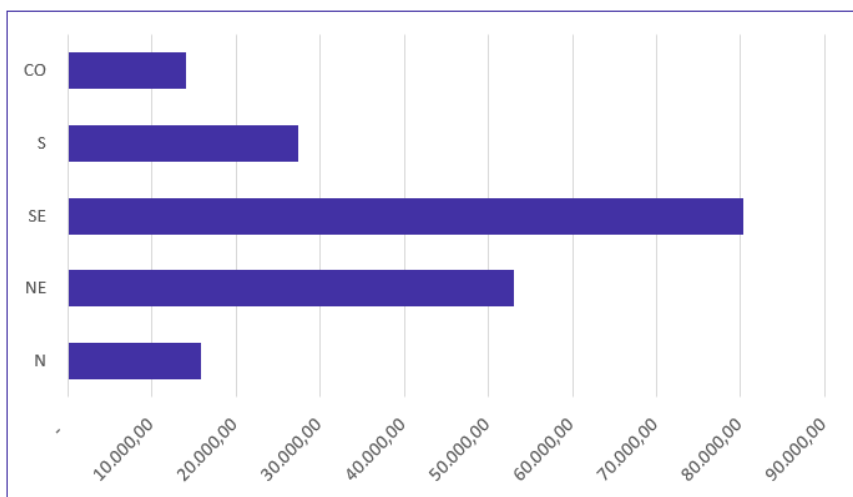
O gráfico de barras é adequado para a análise de variáveis qualitativas ordinais ou quantitativas discretas, pois permite investigar a presença de tendência nos dados.

Comentários:

O gráfico em barras normalmente é usado para representar distribuições de dados categóricos ou qualitativos. Por meio desse gráfico, uma série estatística é representada por um conjunto de retângulos dispostos horizontalmente, cada um indicando uma categoria em particular, os quais possuem a mesma altura e comprimentos proporcionais aos respectivos dados.

Para ficar claro, apresentamos um gráfico de barras como exemplo:

População brasileira, por Grandes Regiões, em 2010 (x1000)

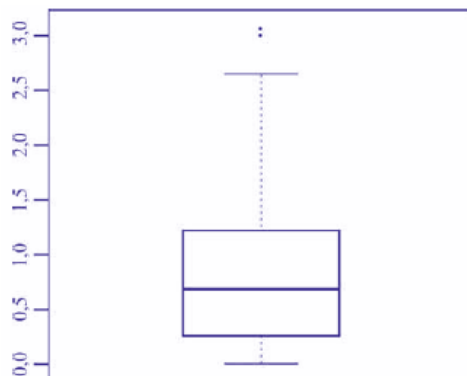


Fonte: Censo Demográfico 1970/2010 (IBGE)

Gabarito: Certo.

8. (CEBRASPE/TCE-PA/2016)





média amostral	0,80
desvio padrão amostral	0,70
primeiro quartil	0,25
mediana	0,70
terceiro quartil	1,20
mínimo	0
máximo	3,10

Um indicador de desempenho X permite avaliar a qualidade dos processos de governança de instituições públicas. A figura mostra, esquematicamente, a sua distribuição, obtida mediante estudo amostral feito por determinada agência de pesquisa. A tabela apresenta estatísticas descritivas referentes a essa distribuição.

Com base nessas informações, julgue o item a seguir.

X representa uma variável qualitativa ordinal.

Comentários:

As variáveis podem ser classificadas em:

- a) variáveis quantitativas: são as características que podem ser medidas em uma escala quantitativa, isto é, numérica, podendo ser contínuas ou discretas.
- b) variáveis qualitativas (ou categóricas): são as características que não possuem valores quantitativos. Nesse caso, são definidas por várias categorias, ou seja, representam uma classificação dos indivíduos. Podem ser nominais ou ordinais.

Analisando as informações dadas na questão, percebemos que X pode adotar valores que vão de 0 (mínimo) a 3,10 (máximo). Logo, como X assume valores numéricos, dizemos que ela é uma variável quantitativa.

Gabarito: Errado.



QUESTÕES COMENTADAS – CEBRASPE

Distribuições de Frequência

1. (CEBRASPE/BACEN/2024)

x	$P(X = x)$
-2	$5c$
-1	c
0	$2c$
+1	$3c$
+2	$4c$

Considerando que X representa uma variável aleatória com suporte $x \in \{-2, -1, 0, +1, +2\}$, cuja função de distribuição de probabilidade é dada no quadro acima, na qual c é uma constante real positiva, julgue os próximos itens.

X segue uma distribuição contínua, pois C é uma constante real positiva.

Comentários:

Não, o fato de c ser uma constante real positiva não implica que X siga uma distribuição contínua. Na verdade, a distribuição apresentada é uma distribuição discreta.

Uma variável aleatória discreta toma valores em um conjunto finito ou contável de pontos, e cada valor tem uma probabilidade associada. No exemplo, X pode assumir os valores $-2, -1, 0, +1$ e $+2$, que são um conjunto finito de valores.

As probabilidades associadas a cada valor de X são $P(X = -2) = 5c$, $P(X = -1) = c$, e assim por diante, o que caracteriza uma distribuição discreta.

Gabarito: Errado.

2. (CEBRASPE/BACEN/2024)

x	$P(X = x)$
-2	$5c$
-1	c



0	$2c$
+1	$3c$
+2	$4c$

Considerando que X representa uma variável aleatória com suporte $x \in \{-2, -1, 0, +1, +2\}$, cuja função de distribuição de probabilidade é dada no quadro acima, na qual c é uma constante real positiva, julgue os próximos itens.

$$P(X = +1) = 0,2.$$

Comentários:

Para determinar o valor de $P(X = +1) = 0,2$, precisamos encontrar o valor da constante c que satisfaz as condições da distribuição de probabilidade. A soma das probabilidades para todas as possíveis realizações de X deve ser igual a 1, ou seja:

$$P(X = -2) + P(X = -1) + P(X = 0) + P(X = +1) + P(X = +2) = 1$$

Substituindo os valores dados:

$$5c + c + 2c + 3c + 4c = 1$$

Somando os termos:

$$15c = 1$$

$$c = \frac{1}{15}$$

Agora que sabemos o valor de c , podemos calcular as probabilidades $P(X = +1)$:

$$P(X = +1) = 3c = 3 \times \frac{1}{15} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5} = 0,2$$

Portanto, a probabilidade $P(X = +1) = 0,2$.

Gabarito: Correto.

3. (CEBRASPE/CAU-BR/2024)

X	Frequência Absoluta Acumulada
0	5
1	15
2	30
3	45



4	55
5	60

Considerando que a tabela precedente - que mostra as frequências absolutas acumuladas referentes a determinada variável quantitativa X - foi obtida partir de uma amostra aleatória simples constituída por n observações, julgue o seguinte item.

A amostra aleatória simples em questão é constituída por 210 observações.

Comentários:

A frequência absoluta acumulada representa o total de observações até determinado valor de X . O último valor da coluna de frequência absoluta acumulada corresponde ao tamanho total da amostra n .

Na tabela apresentada, o maior valor de frequência acumulada é 60 (correspondente a $X = 5$), o que significa que a amostra contém 60 observações, e não 210. Portanto, a afirmação de que a amostra possui 210 observações está incorreta.

Gabarito: Errado.

4. (CEBRASPE/CNJ/2024)

X	frequência absoluta acumulada
0	120
1	180
2	220
3	240
4	250

A tabela precedente mostra a distribuição de frequências do número diário (X) de denúncias recebidas pela ouvidoria de um tribunal de justiça.

Com base nos dados apresentados na tabela, julgue os itens que se seguem.

O tamanho da amostra é igual a 1.010.

Comentários:



O tamanho da amostra é a soma de todas as frequências simples:

$$120 + 60 + 40 + 20 + 10 = 250$$

Portanto, o tamanho da amostra não é 1.010, mas sim 250.

Gabarito: Errado.

5. (CEBRASPE/STJ/2024) Em relação à estatística descritiva e à análise exploratória de dados, julgue os seguintes itens.

Considere que as despesas orçamentárias de certo órgão sejam classificadas em três tipos: salários, manutenção e investimentos. Considere ainda que, ao se organizar os dados sobre a distribuição dessas despesas, tenham sido encontrados os seguintes valores percentuais: 60% referentes a salários e 30%, à manutenção. Nessa situação, o percentual referente a investimentos será igual ou superior a 15%.

Comentários:

A soma dos percentuais das despesas com salários (60%) e manutenção (30%) é:

$$60\% + 30\% = 90\%$$

Como o total das despesas deve ser 100%, o percentual restante para investimentos será:

$$100\% - 90\% = 10\%$$

O enunciado afirma que os investimentos serão iguais ou superiores a 15%, mas o valor encontrado foi apenas 10%. Logo, a afirmação está incorreta.

Gabarito: Errado.

6. (CEBRASPE/TSE/2024) Julgue o item a seguir, considerando as técnicas empregadas em resumos de dados levantados de uma população.

A partir de uma tabela de frequências absolutas de uma variável qualitativa nominal, é possível recuperar os valores originais da série de dados.

Comentários:



Uma tabela de frequências absolutas de uma variável qualitativa nominal informa apenas quantas vezes cada categoria apareceu nos dados, mas não preserva a ordem original dos valores individuais. Por exemplo, se tivermos uma tabela assim:

Cor dos carros	Frequência Absoluta
Vermelho	5
Azul	3
Preto	7

Sabemos que houve 5 carros vermelhos, 3 azuis e 7 pretos, mas não conseguimos recuperar exatamente quais eram os valores originais da série e em que ordem eles apareceram.

Portanto, embora possamos reconstruir uma distribuição geral dos dados, não podemos recuperar a sequência exata dos valores individuais apenas a partir da tabela de frequências.

Gabarito: Certo.

7. (CEBRASPE/TSE/2024) Julgue o item a seguir, considerando as técnicas empregadas em resumos de dados levantados de uma população.

Ao se agrupar os dados de uma variável quantitativa contínua por faixas (classes) de valores para se construir uma tabela de frequências, a perda de informação será tanto maior quanto maior for o número de classes escolhidas.

Comentários:

Na construção de uma tabela de frequências para uma variável quantitativa contínua, a perda de informação ocorre quando os dados são agrupados em classes, pois os valores individuais deixam de ser representados separadamente. No entanto, essa perda é maior quando se utilizam menos classes, pois os intervalos ficam mais amplos e os detalhes da distribuição dos dados se perdem.

Por outro lado, se o número de classes aumenta, os intervalos ficam menores e a tabela preserva mais detalhes da distribuição, reduzindo a perda de informação. Portanto, a afirmação do item está incorreta, pois a perda de informação ocorre quando há menos classes, e não quando há mais.

Gabarito: Errado.

8. (CEBRASPE/TSE/2024) Julgue o item a seguir, considerando as técnicas empregadas em resumos de dados levantados de uma população.



A partir de uma tabela de frequências acumuladas, independentemente de tratar-se de variável qualitativa ordinal ou quantitativa, é possível recuperar as frequências individuais de cada valor ou classe.

Comentários:

A tabela de frequências acumuladas apresenta a soma sucessiva das frequências de uma variável, seja ela qualitativa ordinal ou quantitativa. Para recuperar as frequências individuais de cada valor ou classe, basta calcular a diferença entre os valores consecutivos da coluna de frequência acumulada. Assim, independentemente do tipo de variável, é possível reconstituir as frequências absolutas originais a partir da tabela acumulada.

Gabarito: Certo.

9. (CEBRASPE/Pref Recife/2023)

Altura (metros)	Frequência Absoluta Simples
1,31 a 1,40	2
1,41 a 1,50	6
1,51 a 1,60	8
1,61 a 1,70	4

Os dados da tabela precedente apresentam as alturas de alunos de uma sala com 20 estudantes.

Com base nas informações apresentadas anteriormente, julgue o item seguinte.

A frequência simples relativa da categoria com altura de 1,61 a 1,70 é menor que 0,3.

Comentários:

A frequência relativa de uma categoria é calculada dividindo-se a frequência absoluta dessa categoria pelo total de observações e, em seguida, expressando o resultado em forma decimal ou percentual.

A tabela mostra que o total de alunos é 20 e a frequência absoluta da categoria 1,61 a 1,70 é 4. Assim, a frequência relativa dessa categoria é:

$$\frac{4}{20} = 0,2$$



Como 0,2 é menor que 0,3, a afirmação do item está correta.

Gabarito: Certo.

10. (CEBRASPE/Pref Recife/2023)

Altura (metros)	Frequência absoluta simples
1,31 a 1,40	2
1,41 a 1,50	6
1,51 a 1,60	8
1,61 a 1,70	4

Os dados da tabela precedente apresentam as alturas de alunos de uma sala com 20 estudantes.

Com base nas informações apresentadas anteriormente, julgue o item seguinte.

Se Paulo e Maria, estudantes dessa sala, têm alturas iguais, respectivamente, a 1,53 metro e 1,50 metro, então é correto afirmar que, no mínimo, a metade dos estudantes da sala tem altura inferior a 1,55 metro.

Comentários:

A soma das frequências absolutas até a altura de 1,50 metro, já incluindo Maria, é de 8 alunos, e no intervalo seguinte (1,51 a 1,60 metros) há mais 8 alunos, havendo a garantia de que pelo menos 1 desses alunos, Paulo, têm altura inferior a 1,55 metro. Assim, no mínimo 9 alunos, possuem altura inferior a 1,55m. Portanto, não se pode afirmar que, no mínimo, a metade dos estudantes da sala tem altura inferior a esse valor.

Gabarito: Anulada.

11. (CEBRASPE/TC-DF/2023)

X	Frequência Absoluta	Frequência Relativa
0	3	0,10
5	6	0,20



10	15	0,50
15	6	0,20

Considerando que, em um levantamento estatístico realizado por amostragem aleatória simples, tenha sido produzida a tabela de frequências apresentada anteriormente, na qual X denota uma variável de interesse, julgue os seguintes itens.

O tamanho da amostra é igual ou superior a 16.

Comentários:

Para encontrarmos o tamanho da amostra, teremos que somar todos os valores da coluna de frequências absolutas:

$$3 + 6 + 15 + 6 = 30$$

Portanto, a amostra é composta por 30 elementos.

Gabarito: Certo.

12. (CEBRASPE/FUB/2022) A tabela de frequência a seguir mostra dados coletados em uma pesquisa para se verificar o número de disciplinas que os estudantes de determinada universidade estão cursando por semestre.

Disciplinas	2	3	4	5	6	7	8
Estudantes	10	15	40	35	28	10	4

Considerando essas informações, julgue o item seguinte.

A proporção de alunos que cursam mais de 6 disciplinas é maior que a proporção de alunos que cursam 3 disciplinas.

Comentários:

Calculando as proporções apresentadas, verificamos que 15 alunos cursam 3 disciplinas e que 14 alunos cursam 7 e 8 disciplinas. Temos ainda um total de 142 alunos. Portanto, segue:

Para 3 disciplinas, a proporção de alunos é de:



$$\frac{15}{142} = 0,10 = 10,56\%$$

Para mais de 6 disciplinas, a proporção de alunos é de:

$$\frac{10}{142} = 0,07 = 7\%$$

$$\frac{4}{142} = 0,028 = 2,8\%$$

E somando as proporções de 7 e 8 disciplinas, temos:

$$0,07 + 0,028 = 0,098 = 9,8\%$$

Logo, a proporção de alunos que cursam mais de 6 disciplinas é **menor** que a proporção de alunos que cursam 3 disciplinas.

Gabarito: Errado.

13. (CEBRASPE/FUB/2022) Uma universidade está fazendo um estudo para verificar a distribuição dos tempos que os alunos do curso de mestrado levam até a defesa da dissertação. Os dados a seguir mostram a função de probabilidade desses tempos, em meses.

Tempo de Defesa (meses)	Probabilidade
12	0,01
15	0,02
18	0,04
20	0,10
22	0,22
24	0,31
25	0,18
26	0,04
28	0,03
30	0,05



Considerando essas informações, julgue o item subsequente.

Se o prazo máximo recomendado para a defesa da dissertação de mestrado é de 24 meses, então a probabilidade de um aluno defender sua dissertação até 2 meses antes desse prazo é igual à probabilidade de um aluno defendê-la até 2 meses depois.

Comentários:

Analisando os dados da tabela, observamos que a probabilidade de defesa em 24 meses é de 0,31, que corresponde a 31% das chances totais. Percebam que a tabela não traz a informação de defesa em 23 meses, porém, a probabilidade de defesa em 22 meses é de 0,22, que corresponde a 22% das chances totais.

Assim, para defesa em até 2 meses antes do prazo máximo, a probabilidade é de 22%.

Agora, vejamos na tabela que as probabilidades de defesa nos meses 25 e 26 são respectivamente 0,18 e 0,04, ou seja, 18% e 4%. Ao somarmos esses dois meses, também temos a probabilidade de 22%.

Logo, para a defesa em até dois meses após o prazo máximo, a probabilidade também é de 22%.

Portanto, a probabilidade de um aluno defender sua dissertação em até 2 meses antes do prazo máximo, 24 meses, é igual à probabilidade de um aluno defendê-la em até 2 meses depois.

Gabarito: Certo.

14. (CEBRASPE/FUB/2022) Uma universidade está fazendo um estudo para verificar a distribuição dos tempos que os alunos do curso de mestrado levam até a defesa da dissertação. Os dados a seguir mostram a função de probabilidade desses tempos, em meses.

Tempo de Defesa (meses)	Probabilidade
12	0,01
15	0,02
18	0,04
20	0,10
22	0,22



24	0,31
25	0,18
26	0,04
28	0,03
30	0,05

Considerando essas informações, julgue o item subsequente.

Os valores da probabilidade de um aluno defender a dissertação em 13, 14, 16, 19, 21, 23, 27 ou 29 meses, somados, é igual à probabilidade de um aluno defender a dissertação em exatamente 31 meses.

Comentários:

A partir dos dados apresentados na tabela, podemos perceber que a probabilidade de um aluno defender a dissertação em 13, 14, 16, 19, 21, 23, 27 ou 29 meses, somados, é igual a zero, posto que não foram discriminadas as frequências relativas para os referidos meses. Igualmente, não foi informada a frequência com que os alunos defendem a dissertação com 31 meses, sendo a probabilidade, portanto, igual a zero.

Gabarito: Certo.

15. (CEBRASPE/FUB/2022) Uma universidade está fazendo um estudo para verificar a distribuição dos tempos que os alunos do curso de mestrado levam até a defesa da dissertação. Os dados a seguir mostram a função de probabilidade desses tempos, em meses.

Tempo de Defesa (meses)	Probabilidade
12	0,01
15	0,02
18	0,04
20	0,10



22	0,22
24	0,31
25	0,18
26	0,04
28	0,03
30	0,05

Considerando essas informações, julgue o item subsequente.

Se o prazo máximo de defesa recomendado é de 24 meses, então a probabilidade de um aluno defender sua dissertação no prazo é superior a 70%.

Comentários:

Com base nos dados da tabela, a probabilidade de um aluno defender a dissertação em um prazo superior a 24 meses é igual a:

$$0,18 + 0,04 + 0,03 + 0,05 = 0,30$$

Portanto, 30% dos alunos defendem sua dissertação em prazo superior a 24 meses. Assim, a probabilidade de um aluno defender sua dissertação no prazo é de até 70%, não mais que isso.

Gabarito: Errado.

16. (CEBRASPE/FUB/2022) A tabela de frequência a seguir mostra dados coletados em uma pesquisa para se verificar o número de disciplinas que os estudantes de determinada universidade estão cursando por semestre.

Disciplinas	2	3	4	5	6	7	8
Estudantes	10	15	40	35	28	10	4

Considerando essas informações, julgue o item seguinte.

Na pesquisa foram entrevistados 142 alunos.



Comentários:

Para identificarmos o número de entrevistados, basta somarmos as quantidades de estudantes inscritos em cada disciplina:

$$10 + 15 + 40 + 35 + 28 + 10 + 4 = 142$$

Gabarito: Certo.

17. (CEBRASPE/Polícia Federal/2018)

	DIA				
	1	2	3	4	5
X (quantidade diária de drogas apreendidas, em kg)	10	22	18	22	28

Tendo em vista que, diariamente, a Polícia Federal apreende uma quantidade X , em kg, de drogas em determinado aeroporto do Brasil, e considerando os dados hipotéticos da tabela precedente, que apresenta os valores observados da variável X em uma amostra aleatória de 5 dias de apreensões no citado aeroporto, julgue o item.

A tabela em questão descreve a distribuição de frequências da quantidade de drogas apreendidas nos cinco dias que constituem a amostra.

Comentários:

A tabela apenas registra as quantidades de drogas apreendidas por dia. Para que ela configurasse uma distribuição de frequências da quantidade de drogas apreendidas nos cinco dias, era necessário que cada valor estivesse associado a uma frequência, o que não ocorreu. Uma distribuição de frequência dos dados acima seria assim:

Valor	Frequência
10	1
18	1
22	2
28	1



Gabarito: Errado.

18. (CEBRASPE/IPHAN/2018). A tabela a seguir mostra as quantidades de bibliotecas públicas presentes em 20 microrregiões brasileiras.

90	66	78	82
77	60	64	90
87	85	67	91
82	70	81	80
69	78	90	67

A partir desses dados, pretende-se construir um gráfico de distribuição de frequências com quatro classes de igual amplitude. Os valores mínimo e máximo de cada classe devem ser números inteiros.

Considerando essas informações, julgue o item subsequente, relativo ao gráfico de distribuição a ser apresentado.

A amplitude de cada classe deverá ser superior a 6.

Comentários:

A questão forneceu um conjunto de dados e disse que se pretende construir um gráfico de distribuição de frequências com quatro classes de igual amplitude. Para encontrar a amplitude de cada classe, podemos utilizar a fórmula da amplitude total:

$$AT = h \times k \Rightarrow h = \frac{AT}{k}$$

Analisando a tabela, identificamos os limites mínimo e máximo:

$$\begin{aligned}l_{\max} &= 91 \\l_{\min} &= 60\end{aligned}$$

Calculando a amplitude total, temos:

$$\begin{aligned}AT &= l_{\max} - l_{\min} \\AT &= 91 - 60 \\AT &= 31\end{aligned}$$



Aplicando a fórmula anterior, temos:

$$h = \frac{AT}{k} = \frac{31}{4} = 7,75$$

O número inteiro mais próximo deste resultado é 8 (superior a 6).

Logo, o item está correto.

Gabarito: Certo.

19. (CEBRASPE/IPHAN/2018) A tabela a seguir mostra as quantidades de bibliotecas públicas presentes em 20 microrregiões brasileiras.

90	66	78	82
77	60	64	90
87	85	67	91
82	70	81	80
69	78	90	67

A partir desses dados, pretende-se construir um gráfico de distribuição de frequências com quatro classes de igual amplitude. Os valores mínimo e máximo de cada classe devem ser números inteiros. Considerando essas informações, julgue o item subsequente, relativo ao gráfico de distribuição a ser apresentado.

A última classe deverá variar de 84 a 91.

Comentários:

A questão não informou qual o limite inferior do primeiro intervalo, portanto, poderíamos ter adotado qualquer valor. Isso alteraria totalmente o resultado esperado pelo avaliador. Dessa forma, considero que a questão deveria ter sido anulada. De todo modo, vamos fazer a questão como a banca esperava que ela fosse resolvida.

Para encontrar a amplitude de cada classe, podemos utilizar a fórmula da amplitude total:

$$AT = h \times k \Rightarrow h = \frac{AT}{k}$$

Analisando a tabela, identificamos os limites mínimo e máximo:



$$l_{\text{máx}} = 91$$

$$l_{\text{mín}} = 60$$

Calculando a amplitude total, temos:

$$AT = l_{\text{máx}} - l_{\text{mín}}$$

$$AT = 91 - 60$$

$$AT = 31$$

Aplicando a fórmula anterior, temos:

$$h = \frac{AT}{k} = \frac{31}{4} = 7,75$$

Para o número inteiro mais próximo deste resultado pode ser 8 ou 7. Vamos iniciar calculando para o menor valor, 7:

$$60 \mapsto 67$$

$$68 \mapsto 75$$

$$76 \mapsto 83$$

$$84 \mapsto 91$$

Assim, concluímos que o examinador optou por esse valor para o cálculo. Novamente, a questão não explicitou que o valor mínimo deveria ser 60, logo, poderíamos ter adotado qualquer valor, o que alteraria esse resultado.

Gabarito: Certo.

20. (CEBRASPE/IPHAN/2018). Julgue o item subsequente, referente à análise exploratória de dados.

O histograma é um diagrama de retângulos contíguos com base na curtose das faixas de valores da variável e com área igual à diferença da frequência absoluta da respectiva faixa.

Comentários:

Um histograma é uma representação gráfica (um gráfico de barras verticais ou barras horizontais) da distribuição de frequências de um conjunto de dados quantitativos contínuos. Ele pode ser construído com base em valores absolutos ou frequência relativa ou densidade.

Em se tratando de densidade, a frequência relativa do intervalo i , (f_{ri}) , é representada pela área de um retângulo, colocado acima do ponto médio da classe i . Consequentemente, a área total do histograma (igual a soma das áreas de todos os retângulos) será igual a 1.



Assim, ao construir o histograma, cada retângulo deverá ter área proporcional à frequência relativa (ou à frequência absoluta) correspondente. No caso em que os intervalos são de tamanhos iguais, as alturas dos retângulos serão iguais às frequências relativas (ou iguais às frequências absolutas) dos intervalos correspondentes.

Desse modo, a área não tem relação com a diferença de frequência absoluta de um certo intervalo. A área de cada retângulo é proporcional à frequência da classe, sem qualquer operação de diferença envolvida.

Outro ponto relevante é que o histograma não tem relação com a curtose dos intervalos. A curtose é uma medida que indica o grau de achatamento de uma distribuição de frequências.

Gabarito: Errado.

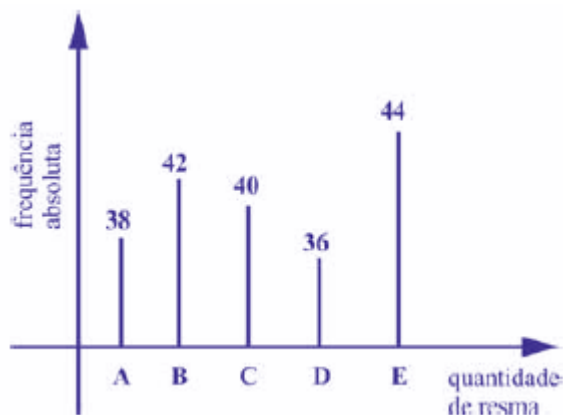
21. (CEBRASPE/CBM-AL/2017) Na tabela a seguir, A, B, C, D e E são as quantidades de resmas de papel A4 consumidas, em quatro meses, pelas seções administrativas I, II, III, IV e V, respectivamente. Apesar de não mostrar explicitamente essas quantidades, a tabela apresenta as frequências absolutas e (ou) relativas de algumas dessas quantidades.

Seção	Quantidades de Resmas	Frequência Absoluta	Frequência Relativa
I	A	38	19%
II	B		
III	C		20%
IV	D	36	
V	E	44	
	Total		100%

Considerando que cada uma dessas resmas, juntamente com a embalagem, tem forma de um paralelepípedo retângulo reto que mede 5 cm × 21 cm × 30 cm, julgue o item seguinte.

O gráfico de barras verticais a seguir apresenta as frequências absolutas de resmas consumidas pelas cinco seções.





Comentários:

Podemos usar uma regra de três simples para completar a tabela. Primeiro, vamos encontrar o valor que representa 100%:

$$\begin{aligned} 38 &- 0,19 \\ Q &- 1,00 \\ Q &= \frac{38 \times 1,00}{0,19} = 200 \end{aligned}$$

Encontrando o valor de 20%:

$$\begin{aligned} 200 &- 1,00 \\ C &- 0,20 \\ C &= \frac{200 \times 0,2}{1,00} = 40 \end{aligned}$$

Agora, basta sabermos a frequência absoluta na seção II. Como foram consumidas 200 resmas, então o número de resmas consumidas pela seção II foi:

$$200 - 38 - 40 - 36 - 44 = 42$$

Dessa forma, nas seções I, II, III, IV e V foram consumidas, respectivamente 38, 42, 40, 36 e 44 resmas de papel A4, conforme mostra o gráfico.

Gabarito: Certo.

22. (CEBRASPE/TCE-PA/2016)



Número diário de denúncias registradas (X)	Frequência Relativa
0	0,3
1	0,1
2	0,2
3	0,1
4	0,3
Total	1,0

A tabela precedente apresenta a distribuição de frequências relativas da variável X, que representa o número diário de denúncias registradas na ouvidoria de determinada instituição pública. A partir das informações dessa tabela, julgue o item seguinte.

A variável X é do tipo qualitativo nominal.

Comentários:

De acordo com a tabela X corresponde à quantidade diária de denúncias. Logo, X é uma variável quantitativa discreta, pois assume valores inteiros.

Gabarito: Errado.

23. (CEBRASPE/DEPEN/2015)

Região	Quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro (mil pessoas)	Déficit de vagas no sistema penitenciário (mil vagas)	População brasileira (milhões de habitantes)
Norte	37	13	17



Centro-Oeste	51	24	15
Nordeste	94	42	55
Sudeste	306	120	85
Sul	67	16	28
Total	555	215	200

Ministério da Justiça — Departamento Penitenciário Nacional — Sistema Integrado de Informações Penitenciárias – InfoPen, Relatório Estatístico Sintético do Sistema Prisional Brasileiro, dez./2013

Internet: <www.justica.gov.br> (com adaptações).

A tabela mostrada apresenta a quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro por região em 2013. Nesse ano, o déficit relativo de vagas — que se define pela razão entre o déficit de vagas no sistema penitenciário e a quantidade de detentos no sistema penitenciário — registrado em todo o Brasil foi superior a 38,7%, e, na média nacional, havia 277,5 detentos por 100 mil habitantes.

Com base nessas informações e na tabela apresentada, julgue o item a seguir.

Em 2013, mais de 55% da população carcerária no Brasil se encontrava na região Sudeste.

Comentários:

Vamos analisar os dados da região sudeste. Sabemos que o total da população carcerária é 555 mil. Se a região sudeste contém 306 mil, basta calcularmos o percentual desse valor com relação ao total. Assim:

$$X = \frac{306}{555} \times 100\% = 55,13\%$$

Gabarito: Certo.

24. (CEBRASPE/DEPEN/2015)

Região	Quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro (mil pessoas)	Déficit de vagas no sistema penitenciário (mil vagas)	População brasileira (milhões de habitantes)
--------	--	---	--



Norte	37	13	17
Centro-Oeste	51	24	15
Nordeste	94	42	55
Sudeste	306	120	85
Sul	67	16	28
Total	555	215	200

Ministério da Justiça — Departamento Penitenciário Nacional — Sistema Integrado de Informações Penitenciárias – InfoPen, Relatório Estatístico Sintético do Sistema Prisional Brasileiro, dez./2013

Internet: <www.justica.gov.br> (com adaptações).

A tabela mostrada apresenta a quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro por região em 2013. Nesse ano, o déficit relativo de vagas — que se define pela razão entre o déficit de vagas no sistema penitenciário e a quantidade de detentos no sistema penitenciário — registrado em todo o Brasil foi superior a 38,7%, e, na média nacional, havia 277,5 detentos por 100 mil habitantes.

Com base nessas informações e na tabela apresentada, julgue o item a seguir.

A quantidade total de vagas existentes no sistema penitenciário brasileiro em 2013 era de 340 mil vagas.

Comentários:

Analisando a tabela, temos a informação do total de 555 mil detentos, e a informação do déficit de vagas no sistema penitenciário 215 mil.

Ora, para sabermos a quantidade real de vagas, basta subtrairmos o déficit do total.

$$555 - 215 = 340$$

Gabarito: Certo.

25. (CEBRASPE/DEPEN/2015)



Região	Quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro (mil pessoas)	Déficit de vagas no sistema penitenciário (mil vagas)	População brasileira (milhões de habitantes)
Norte	37	13	17
Centro-Oeste	51	24	15
Nordeste	94	42	55
Sudeste	306	120	85
Sul	67	16	28
Total	555	215	200

Ministério da Justiça — Departamento Penitenciário Nacional — Sistema Integrado de Informações Penitenciárias – InfoPen, Relatório Estatístico Sintético do Sistema Prisional Brasileiro, dez./2013

Internet: <www.justica.gov.br> (com adaptações).

A tabela mostrada apresenta a quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro por região em 2013. Nesse ano, o déficit relativo de vagas — que se define pela razão entre o déficit de vagas no sistema penitenciário e a quantidade de detentos no sistema penitenciário — registrado em todo o Brasil foi superior a 38,7%, e, na média nacional, havia 277,5 detentos por 100 mil habitantes.

Com base nessas informações e na tabela apresentada, julgue o item a seguir.

O déficit relativo de vagas observado na região Sudeste, em 2013, foi superior ao déficit relativo de vagas registrado na região Centro-oeste no mesmo período.

Comentários:

Precisamos calcular o percentual do déficit das regiões sudeste e centro-oeste. Para isso, basta dividirmos o déficit de vagas da região pela respectiva quantidade de detentos dessa região. Assim:

$$Sudeste = \frac{120}{306} = 39,21\%$$

$$Centro - Oeste = \frac{24}{51} = 47,05\%$$



Portanto, o déficit é maior na região Centro-Oeste.

Gabarito: Errado.

26. (CEBRASPE/DEPEN/2015)

Região	Quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro (mil pessoas)	Déficit de vagas no sistema penitenciário (mil vagas)	População brasileira (milhões de habitantes)
Norte	37	13	17
Centro-Oeste	51	24	15
Nordeste	94	42	55
Sudeste	306	120	85
Sul	67	16	28
Total	555	215	200

Ministério da Justiça — Departamento Penitenciário Nacional — Sistema Integrado de Informações Penitenciárias – InfoPen, Relatório Estatístico Sintético do Sistema Prisional Brasileiro, dez./2013

Internet: <www.justica.gov.br> (com adaptações).

A tabela mostrada apresenta a quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro por região em 2013. Nesse ano, o déficit relativo de vagas — que se define pela razão entre o déficit de vagas no sistema penitenciário e a quantidade de detentos no sistema penitenciário — registrado em todo o Brasil foi superior a 38,7%, e, na média nacional, havia 277,5 detentos por 100 mil habitantes.

Com base nessas informações e na tabela apresentada, julgue o item a seguir.

No ano considerado, a quantidade média de detentos por 100 mil habitantes na região Nordeste foi superior ao número médio de detentos por 100 mil habitantes na região Centro-oeste.

Comentários:



Precisamos calcular a razão entre a quantidade de detentos e a população das respectivas regiões. Assim, para as regiões Nordeste e Centro-Oeste, temos que:

$$\text{Nordeste} = \frac{94 \times 10^3}{55 \times 10^6} = 1,7 \times 10^{-3}$$

$$\text{Centro} - \text{Oeste} = \frac{51 \times 10^3}{15 \times 10^6} = 3,4 \times 10^{-3}$$

Portanto, a quantidade é maior na região Centro-Oeste.

Gabarito: Errado.

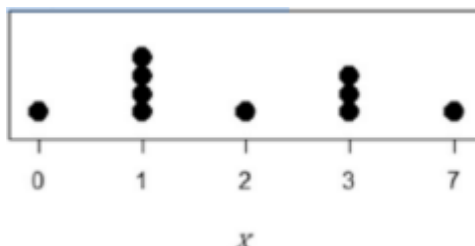


QUESTÕES COMENTADAS – CEBRASPE

Representação Gráfica das Distribuições de Frequências

1. (CEBRASPE/ANTT/2024) Considerando que $\{0, 1, 1, 1, 1, 2, 3, 3, 3, 7\}$ seja um conjunto de dados referente à variável quantitativa X , julgue os seguinte item.

A ilustração a seguir representa corretamente a distribuição de frequências da variável X .



Comentários:

Conforme podemos observar no gráfico anterior, os números de pontos correspondem corretamente às frequências do conjunto de dados. No entanto, existe um problema na disposição dos valores no eixo horizontal. No diagrama de pontos, o eixo X deveria manter espaçamentos uniformes entre os valores, mas há um salto do 3 para o 7, sem intervalos para os valores 4, 5 e 6, o que pode levar a uma interpretação incorreta quanto à dispersão dos dados.

Gabarito: Errado.

2. (CEBRASPE/CNJ/2024)

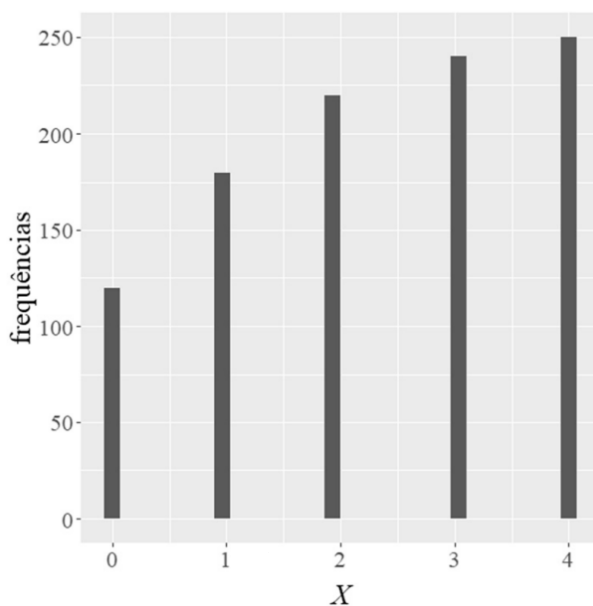
X	frequência absoluta acumulada
0	120
1	180
2	220
3	240
4	250

A tabela precedente mostra a distribuição de frequências do número diário (X) de denúncias recebidas pela ouvidoria de um tribunal de justiça.

Com base nos dados apresentados na tabela, julgue os itens que se seguem.

O histograma a seguir representa corretamente a distribuição de frequências da variável X .





Comentários:

Primeiramente, é necessário converter a frequência acumulada em frequência simples para cada valor de X . Calculando a frequência simples a partir da frequência acumulada, temos:

Frequência para $X = 0$: 120

Frequência para $X = 1$: $180 - 120 = 60$

Frequência para $X = 2$: $220 - 180 = 40$

Frequência para $X = 3$: $240 - 220 = 20$

Frequência para $X = 4$: $250 - 240 = 10$

Assim, a tabela de frequência simples fica:

X	Frequência Simples
0	120
1	60
2	40
3	20
4	10



O histograma mostrado tem barras com frequências aproximadamente iguais, com a frequência máxima em 250 e a mínima em 200, o que não corresponde às frequências reais. Portanto, o histograma **não representa corretamente** a distribuição de frequências da variável X .

Gabarito: Errado.

3. (CEBRASPE/TSE/2024) Julgue o item a seguir, considerando as técnicas empregadas em resumos de dados levantados de uma população.

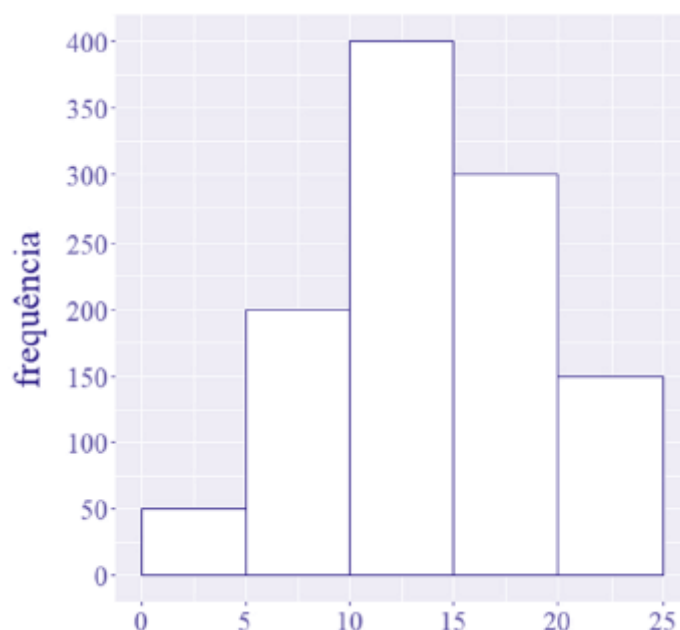
Na construção de um histograma, a altura das barras verticais deve ser proporcional à frequência observada de cada valor mensurado.

Comentários:

O item está incorreto, pois no histograma a altura das barras verticais é proporcional à frequência observada de cada **intervalo de classe**. Isso significa que quanto maior a frequência de um intervalo, maior será a altura da respectiva barra, representando visualmente a distribuição dos dados de forma clara e intuitiva.

Gabarito: Errado.

4. (CEBRASPE/TELEBRAS/2022)



Considerando que o histograma apresentado descreve a distribuição de uma variável quantitativa X por meio de frequências absolutas, julgue o item que se segue.



O número de observações que constituem a variável X é igual a 1.000.

Comentários:

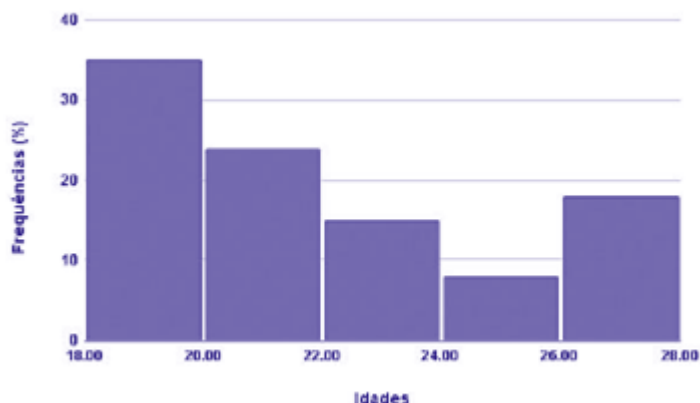
O número de observações consiste na soma de todas as frequências representadas no histograma. Assim, com base no histograma, temos que a soma das frequências é igual a:

$$400 + 300 + 200 + 150 + 50 = 1100$$

Gabarito: Errado.

5. (CEBRASPE/SEDUC AL/2021) Com base em estatística, julgue o item a seguir.

Suponha que o histograma a seguir represente a frequência relativa de alunos, distribuída por faixa etária, que ingressaram no ensino superior no estado de Alagoas em 2020. Com base nas informações desse gráfico, é correto afirmar que mais de 50% dos novos alunos têm idade superior a 22 anos.



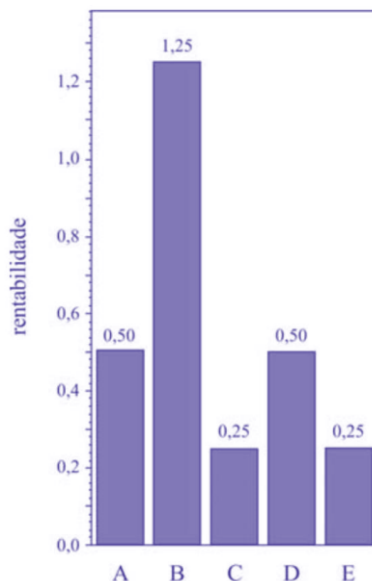
Comentários:

Observando o histograma, percebemos que as duas primeiras classes correspondem a mais de 50% dos dados, pois possuem frequências superiores a 30% e 20%, respectivamente. Como as idades nesse intervalo variam de 18 a 22 anos, menos de 50% terão idades superiores a 22 anos.

Gabarito: Errado.

6. (CEBRASPE/FUNPRESP/2016)





O gráfico ilustra cinco possibilidades de fundos de investimento com suas respectivas rentabilidades. Considerando que as probabilidades de investimento para os fundos A, B, C e D sejam, respectivamente, $P(A) = 0,182$; $P(B) = 0,454$; $P(C) = 0,091$; e $P(D) = 0,182$, julgue o item subsequente.

O gráfico apresentado é um histograma.

Comentários:

O gráfico não é um histograma por dois motivos: primeiro porque há uma separação entre as colunas, o que não ocorre em um histograma, e sim em um gráfico de colunas; segundo porque um histograma representa dados que estão agrupados em intervalos de classe, e não em categorias, como é o caso.

Gabarito: Errado.

7. (CEBRASPE/DEPEN/2015)

Região	Quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro (mil pessoas)	Déficit de vagas no sistema penitenciário (mil vagas)	População brasileira (milhões de habitantes)
Norte	37	13	17



Centro-Oeste	51	24	15
Nordeste	94	42	55
Sudeste	306	120	85
Sul	67	16	28
Total	555	215	200

Ministério da Justiça — Departamento Penitenciário Nacional — Sistema Integrado de Informações Penitenciárias – InfoPen, Relatório Estatístico Sintético do Sistema Prisional Brasileiro, dez./2013

Internet: <www.justica.gov.br> (com adaptações).

A tabela mostrada apresenta a quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro por região em 2013. Nesse ano, o déficit relativo de vagas — que se define pela razão entre o déficit de vagas no sistema penitenciário e a quantidade de detentos no sistema penitenciário — registrado em todo o Brasil foi superior a 38,7%, e, na média nacional, havia 277,5 detentos por 100 mil habitantes.

Com base nessas informações e na tabela apresentada, julgue o item a seguir.

Na análise exploratória, o histograma é um gráfico adequado para descrever a distribuição da quantidade de detentos por região em 2013.

Comentários:

O histograma é destinado a representar dados agrupados em classes, mas o enunciado apresenta dados com valores individualizados. Como a informação não está agrupada em classes, o histograma não representaria adequadamente os dados da tabela.

Gabarito: Errado.



QUESTÕES COMENTADAS – CEBRASPE

Outros Gráficos e Representações

1. (CEBRASPE/FUB/2022) Uma universidade está fazendo um estudo para verificar a distribuição dos tempos que os alunos do curso de mestrado levam até a defesa da dissertação. Os dados a seguir mostram a função de probabilidade desses tempos, em meses.

Tempo de Defesa (meses)	Probabilidade
12	0,01
15	0,02
18	0,04
20	0,10
22	0,22
24	0,31
25	0,18
26	0,04
28	0,03
30	0,05

Considerando essas informações, julgue o item subsequente.

O gráfico de setores é adequado para representar a distribuição em questão.

Comentários:

O gráfico em setores (também conhecido como gráfico de pizza) é usado para representar a frequência relativa (porcentagem) de uma variável categórica. Ele é formado por um círculo dividido em setores circulares, cada um representando uma categoria, cujos ângulos centrais são proporcionais às frequências relativas de cada categoria. Na tabela em questão, o tempo de defesa



é representado de forma numérica, o que não é condizente com uma variável categórica. Portanto, o gráfico em setores não é adequado para representar a distribuição apresentada na tabela.

Gabarito: Errado.

2. (CEBRASPE/FUB/2022) A tabela de frequência a seguir mostra dados coletados em uma pesquisa para se verificar o número de disciplinas que os estudantes de determinada universidade estão cursando por semestre.

Disciplinas	2	3	4	5	6	7	8
Estudantes	10	15	40	35	28	10	4

Considerando essas informações, julgue o item seguinte.

O gráfico do tipo pizza é o mais apropriado para representar os dados apresentados na tabela, visto que a variável analisada é qualitativa ordinal.

Comentários:

O gráfico em setores (também conhecido como gráfico de pizza) é usado para representar a frequência relativa (porcentagem) de uma variável categórica. Ele é formado por um círculo dividido em setores circulares, cada um representando uma categoria, cujos ângulos centrais são proporcionais às frequências relativas da categoria.

As variáveis qualitativas são as características que não podem ser descritas de forma numérica, mas que podem ser definidas por meio de qualidades (atributos ou categorias) do indivíduo pesquisado. Elas podem ser classificadas em nominais ou ordinais:

- a) variável qualitativa nominal (ou categórica), as possíveis categorias não podem ser ordenadas. Por exemplo, a cor dos olhos dos moradores de uma determinada cidade (pretos, castanhos, azuis e verdes);
- b) variável qualitativa ordinal, as possíveis categorias podem ser ordenadas de alguma forma. Por exemplo, o grau de instrução dos funcionários de um determinado órgão (fundamental, médio, superior).

Portanto, analisando os dados apresentados na tabela, verificamos tratar-se de uma variável quantitativa, a qual podemos atribuir valores numéricos, e não uma variável qualitativa. Assim, a afirmativa da questão está incorreta.

Gabarito: Errado.



3. (CEBRASPE/IPHAN/2018) Julgue o item subsequente, referente à análise exploratória de dados.

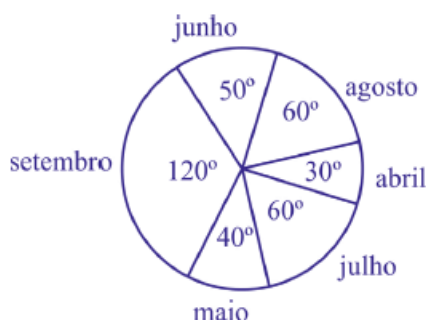
A representação de diagramas de barras, de linha e de pizza possui escala de medida nominal e tem a moda como medida de tendência central.

Comentários:

Os diagramas de barras, de linha e de pizza são geralmente usados para representar dados nominais ou categóricos. Como veremos na aula de medidas de posição, a única medida de tendência central que podemos utilizar no caso de dados categóricos é a moda, pois ela apenas registra a categoria que mais se repete em uma amostra, sem envolver outras operações matemáticas.

Gabarito: Certo.

4. (CEBRASPE/CBM-AL/2017) O gráfico de setores a seguir mostra a distribuição das quantidades de incêndios em determinada região, nos meses de abril a setembro de determinado ano.



Sabendo-se que nesses meses ocorreram 1.548 incêndios nessa região, julgue o item que se segue.

A frequência relativa à classe “incêndios no mês de setembro” é superior a 30%.

Comentários:

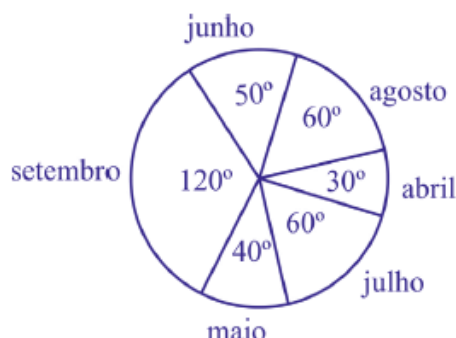
Para resolvermos essa questão, basta aplicarmos uma regra de três simples. Se uma circunferência total tem 360° e corresponde a 100%, então o ângulo de 120° corresponderá a:

$$Set. = \frac{120}{360} = \frac{1}{3} \approx 33,33\%$$

Gabarito: Certo.



5. (CEBRASPE/CBM-AL/2017) O gráfico de setores a seguir mostra a distribuição das quantidades de incêndios em determinada região, nos meses de abril a setembro de determinado ano.



Sabendo-se que nesses meses ocorreram 1.548 incêndios nessa região, julgue o item que se segue.

Nos meses de maio e junho ocorreram mais de 400 incêndios nessa região.

Comentários:

Para resolver a questão, devemos aplicar uma regra de três simples. Isto é, se a circunferência total possui 360° e corresponde a 100%, então 360° também equivale ao número total de incêndios, 1548.

Podemos verificar também que os meses de maio e junho somam um total de 90°. Calculando 90°, temos:

$$\begin{aligned} &360 - 1548 \\ &90 - X \\ X &= \frac{139.320}{360} = 387 \end{aligned}$$

Logo, a quantidade de incêndios durante os meses de maio e junho não foi superior a 400, como afirma o item.

Gabarito: Errado.



LISTA DE QUESTÕES – CEBRASPE

Conceitos Iniciais

1. (CEBRASPE/CTI/2024) Julgue o item que se segue, relativos a modelos de regressão e inferência estatística.

A inferência estatística consiste na formulação de proposições probabilísticas a partir de evidências já observadas.

2. (CEBRASPE/PGDF/2021) Certa empresa desejava conhecer as opiniões de seus 20.000 funcionários acerca da confiança que eles têm no canal interno de denúncias. Para tanto, elaborou-se um questionário eletrônico que foi remetido, por email, para todos os endereços eletrônicos cadastrados, tendo sido desenvolvidos mecanismos para evitar que uma pessoa respondesse em lugar de outra, ou que uma mesma pessoa respondesse mais de uma vez. O questionário foi respondido por 400 pessoas, das quais 68% disseram confiar no processo de apuração de denúncias e 32% disseram ter reservas quanto ao processo. Verificou-se ainda que cerca de 500 mensagens retornaram por falha no cadastro dos endereços eletrônicos (erros de digitação), e que algumas respostas foram atribuídas a pessoas que não são mais funcionários; ainda, os endereços eletrônicos de alguns funcionários recém contratados não constavam do cadastro.

Com relação a essa situação hipotética, julgue o item a seguir.

As informações apresentadas permitem afirmar que a população- alvo da pesquisa difere da população referenciada.

3. (CEBRASPE/DEPEN/2015) O diretor de um sistema penitenciário, com o propósito de estimar o percentual de detentos que possuem filhos, entregou a um analista um cadastro com os nomes de 500 detentos da instituição para que esse profissional realizasse entrevistas com os indivíduos selecionados.

A partir dessa situação hipotética e dos múltiplos aspectos a ela relacionados, julgue o item, referente a técnicas de amostragem.

A diferença entre um censo e uma amostra consiste no fato de esta última exigir a realização de um número maior de entrevistas.



GABARITO – CEBRASPE

Conceitos Iniciais

1. CERTO

2. CERTO

3. ERRADO



LISTA DE QUESTÕES – CEBRASPE

Variáveis Estatísticas

1. (CEBRASPE/PC-PE/2024) Considerando um formulário com as variáveis nome, altura, idade, CPF e peso, julgue os itens a seguir.

I Nesse formulário, há quatro variáveis quantitativas e uma variável qualitativa.

II A altura e o peso são exemplos de variáveis quantitativas contínuas.

III Idade é um exemplo de variável qualitativa ordinal.

Assinale a opção correta.

- a) Nenhum item está certo.
- b) Apenas o item II está certo.
- c) Apenas o item III está certo.
- d) Apenas os itens I e II estão certos.
- e) Apenas os itens I e III estão certos.

2. (CEBRASPE/CTI/2024) A respeito de dados, julgue o item a seguir.

Se uma empresa fizer o levantamento da altura de certa população, então, nesse caso, a altura será considerada um dado numérico.

3. (CEBRASPE/TCE-PR/2024)

Tabela 1A4

A tabela a seguir apresenta informações cadastrais de dez contratos de empréstimos selecionados por um auditor para sua análise acerca da atuação de certa entidade financeira.

Contratante	Empréstimo (Valor em R\$)	Número de Prestações
Bruno Pereira Dantas	30.000	24
Viviane Alves Feitosa	15.000	12
Helena Rodrigues dos Santos	40.000	36
Pedro Augusto Gomes	45.000	48



Sebastião Pereira Gomes	9.000	18
Carine Sousa e Silva	28.000	36
Augusto Alves dos Santos	26.000	24
Carla Batista Rodriguez	51.000	60
Maria Helena Gomes dos Santos	18.000	18
Pedro Gomes Pereira	48.000	24

Para a tabela 1A4, a variável número de prestações é do tipo

- a) qualitativa nominal.
- b) quantitativa discreta.
- c) quantitativa contínua.
- d) qualitativa ordinal.
- e) quantitativa ordinal.

4. (CEBRASPE/TSE/2024) Julgue o item a seguir, considerando as técnicas empregadas em resumos de dados levantados de uma população.

Embora seja possível representar graficamente uma variável contínua como uma variável discreta, não é possível representar graficamente variáveis discretas como se fossem contínuas.

5. (CEBRASPE/DPE-RO/2022)

Variável	Valores
estado civil	casado, solteiro, divorciado
quantidade de filhos	0, 1, 2, 3 ...
salário	6.510,25; 7.915,68
idade	22, 23, 27

Com relação às variáveis apresentadas na tabela anterior, julgue os itens a seguir.



- I. A variável estado civil é qualitativa nominal.
- II. A variável quantidade de filhos é quantitativa discreta.
- III. As variáveis salário e estado civil são quantitativas discretas.
- IV. As variáveis idade e quantidade de filhos são qualitativas nominais.

Estão certos apenas os itens

- a) I e II.
- b) II e III.
- c) III e IV.
- d) I, II e IV.
- e) I, III e IV.

6. (CEBRASPE/DPE-RO/2022) O valor de um atributo de um dado objeto é uma medida da quantidade daquele atributo, a qual pode ser numérica ou categórica.

Nesse caso, estado civil e sexo são classificados como atributo

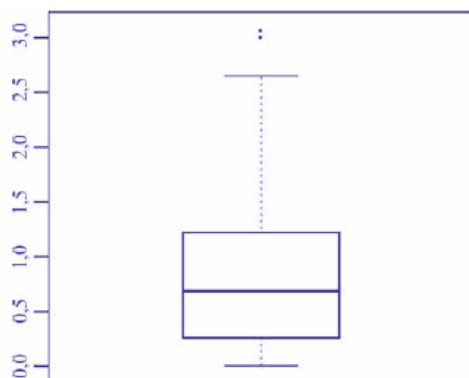
- a) binário.
- b) nominal.
- c) ordinal.
- d) ausente.
- e) razão.

7. (CEBRASPE/IPHAN/2018). Julgue o item subsequente, referente à análise exploratória de dados.

O gráfico de barras é adequado para a análise de variáveis qualitativas ordinais ou quantitativas discretas, pois permite investigar a presença de tendência nos dados.

8. (CEBRASPE/TCE-PA/2016)





média amostral	0,80
desvio padrão amostral	0,70
primeiro quartil	0,25
mediana	0,70
terceiro quartil	1,20
mínimo	0
máximo	3,10

Um indicador de desempenho X permite avaliar a qualidade dos processos de governança de instituições públicas. A figura mostra, esquematicamente, a sua distribuição, obtida mediante estudo amostral feito por determinada agência de pesquisa. A tabela apresenta estatísticas descritivas referentes a essa distribuição.

Com base nessas informações, julgue o item a seguir.

X representa uma variável qualitativa ordinal.

GABARITO – CEBRASPE

Variáveis Estatísticas

- | | | |
|------------|------------|-----------|
| 1. LETRA B | 4. ERRADO | 7. CERTO |
| 2. CERTO | 5. LETRA A | 8. ERRADO |
| 3. LETRA B | 6. LETRA B | |



LISTA DE QUESTÕES – CEBRASPE

Distribuições de Frequência

1. (CEBRASPE/BACEN/2024)

x	$P(X = x)$
-2	$5c$
-1	c
0	$2c$
+1	$3c$
+2	$4c$

Considerando que X representa uma variável aleatória com suporte $x \in \{-2, -1, 0, +1, +2\}$, cuja função de distribuição de probabilidade é dada no quadro acima, na qual c é uma constante real positiva, julgue os próximos itens.

X segue uma distribuição contínua, pois C é uma constante real positiva.

2. (CEBRASPE/BACEN/2024)

x	$P(X = x)$
-2	$5c$
-1	c
0	$2c$
+1	$3c$
+2	$4c$

Considerando que X representa uma variável aleatória com suporte $x \in \{-2, -1, 0, +1, +2\}$, cuja função de distribuição de probabilidade é dada no quadro acima, na qual c é uma constante real positiva, julgue os próximos itens.

$$P(X = +1) = 0,2.$$

3. (CEBRASPE/CAU-BR/2024)

X Frequência Absoluta Acumulada



0	5
1	15
2	30
3	45
4	55
5	60

Considerando que a tabela precedente - que mostra as frequências absolutas acumuladas referentes a determinada variável quantitativa X - foi obtida partir de uma amostra aleatória simples constituída por n observações, julgue o seguinte item.

A amostra aleatória simples em questão é constituída por 210 observações.

4. (CEBRASPE/CNJ/2024)

X	frequência absoluta acumulada
0	120
1	180
2	220
3	240
4	250

A tabela precedente mostra a distribuição de frequências do número diário (X) de denúncias recebidas pela ouvidoria de um tribunal de justiça.

Com base nos dados apresentados na tabela, julgue os itens que se seguem.

O tamanho da amostra é igual a 1.010.

5. (CEBRASPE/STJ/2024) Em relação à estatística descritiva e à análise exploratória de dados, julgue os seguintes itens.

Considere que as despesas orçamentárias de certo órgão sejam classificadas em três tipos: salários, manutenção e investimentos. Considere ainda que, ao se organizar os dados sobre a distribuição dessas despesas, tenham sido encontrados os seguintes valores percentuais: 60% referentes a salários e 30%, à manutenção. Nessa situação, o percentual referente a investimentos será igual ou superior a 15%.



6. (CEBRASPE/TSE/2024) Julgue o item a seguir, considerando as técnicas empregadas em resumos de dados levantados de uma população.

A partir de uma tabela de frequências absolutas de uma variável qualitativa nominal, é possível recuperar os valores originais da série de dados.

7. (CEBRASPE/TSE/2024) Julgue o item a seguir, considerando as técnicas empregadas em resumos de dados levantados de uma população.

Ao se agrupar os dados de uma variável quantitativa contínua por faixas (classes) de valores para se construir uma tabela de frequências, a perda de informação será tanto maior quanto maior for o número de classes escolhidas.

8. (CEBRASPE/TSE/2024) Julgue o item a seguir, considerando as técnicas empregadas em resumos de dados levantados de uma população.

A partir de uma tabela de frequências acumuladas, independentemente de tratar-se de variável qualitativa ordinal ou quantitativa, é possível recuperar as frequências individuais de cada valor ou classe.

9. (CEBRASPE/Pref Recife/2023)

Altura (metros)	Frequência Absoluta Simples
1,31 a 1,40	2
1,41 a 1,50	6
1,51 a 1,60	8
1,61 a 1,70	4

Os dados da tabela precedente apresentam as alturas de alunos de uma sala com 20 estudantes.

Com base nas informações apresentadas anteriormente, julgue o item seguinte.

A frequência simples relativa da categoria com altura de 1,61 a 1,70 é menor que 0,3.

10. (CEBRASPE/Pref Recife/2023)



Altura (metros)	Frequência absoluta simples
1,31 a 1,40	2
1,41 a 1,50	6
1,51 a 1,60	8
1,61 a 1,70	4

Os dados da tabela precedente apresentam as alturas de alunos de uma sala com 20 estudantes.

Com base nas informações apresentadas anteriormente, julgue o item seguinte.

Se Paulo e Maria, estudantes dessa sala, têm alturas iguais, respectivamente, a 1,53 metro e 1,50 metro, então é correto afirmar que, no mínimo, a metade dos estudantes da sala tem altura inferior a 1,55 metro.

11. (CEBRASPE/TC-DF/2023)

X	Frequência Absoluta	Frequência Relativa
0	3	0,10
5	6	0,20
10	15	0,50
15	6	0,20

Considerando que, em um levantamento estatístico realizado por amostragem aleatória simples, tenha sido produzida a tabela de frequências apresentada anteriormente, na qual X denota uma variável de interesse, julgue os seguintes itens.

O tamanho da amostra é igual ou superior a 16.

12. (CEBRASPE/FUB/2022) A tabela de frequência a seguir mostra dados coletados em uma pesquisa para se verificar o número de disciplinas que os estudantes de determinada universidade estão cursando por semestre.

Disciplinas	2	3	4	5	6	7	8
-------------	---	---	---	---	---	---	---



Estudantes

10

15

40

35

28

10

4

Considerando essas informações, julgue o item seguinte.

A proporção de alunos que cursam mais de 6 disciplinas é maior que a proporção de alunos que cursam 3 disciplinas.

13. (CEBRASPE/FUB/2022) Uma universidade está fazendo um estudo para verificar a distribuição dos tempos que os alunos do curso de mestrado levam até a defesa da dissertação. Os dados a seguir mostram a função de probabilidade desses tempos, em meses.

Tempo de Defesa (meses)	Probabilidade
12	0,01
15	0,02
18	0,04
20	0,10
22	0,22
24	0,31
25	0,18
26	0,04
28	0,03
30	0,05

Considerando essas informações, julgue o item subsequente.

Se o prazo máximo recomendado para a defesa da dissertação de mestrado é de 24 meses, então a probabilidade de um aluno defender sua dissertação até 2 meses antes desse prazo é igual à probabilidade de um aluno defendê-la até 2 meses depois.



14. (CEBRASPE/FUB/2022) Uma universidade está fazendo um estudo para verificar a distribuição dos tempos que os alunos do curso de mestrado levam até a defesa da dissertação. Os dados a seguir mostram a função de probabilidade desses tempos, em meses.

Tempo de Defesa (meses)	Probabilidade
12	0,01
15	0,02
18	0,04
20	0,10
22	0,22
24	0,31
25	0,18
26	0,04
28	0,03
30	0,05

Considerando essas informações, julgue o item subsequente.

Os valores da probabilidade de um aluno defender a dissertação em 13, 14, 16, 19, 21, 23, 27 ou 29 meses, somados, é igual à probabilidade de um aluno defender a dissertação em exatamente 31 meses.

15. (CEBRASPE/FUB/2022) Uma universidade está fazendo um estudo para verificar a distribuição dos tempos que os alunos do curso de mestrado levam até a defesa da dissertação. Os dados a seguir mostram a função de probabilidade desses tempos, em meses.

Tempo de Defesa (meses)	Probabilidade
12	0,01



15	0,02
18	0,04
20	0,10
22	0,22
24	0,31
25	0,18
26	0,04
28	0,03
30	0,05

Considerando essas informações, julgue o item subsequente.

Se o prazo máximo de defesa recomendado é de 24 meses, então a probabilidade de um aluno defender sua dissertação no prazo é superior a 70%.

16. (CEBRASPE/FUB/2022) A tabela de frequência a seguir mostra dados coletados em uma pesquisa para se verificar o número de disciplinas que os estudantes de determinada universidade estão cursando por semestre.

Disciplinas	2	3	4	5	6	7	8
Estudantes	10	15	40	35	28	10	4

Considerando essas informações, julgue o item seguinte.

Na pesquisa foram entrevistados 142 alunos.

17. (CEBRASPE/Polícia Federal/2018)

DIA



	1	2	3	4	5
X (quantidade diária de drogas apreendidas, em kg)	10	22	18	22	28

Tendo em vista que, diariamente, a Polícia Federal apreende uma quantidade X , em kg, de drogas em determinado aeroporto do Brasil, e considerando os dados hipotéticos da tabela precedente, que apresenta os valores observados da variável X em uma amostra aleatória de 5 dias de apreensões no citado aeroporto, julgue o item.

A tabela em questão descreve a distribuição de frequências da quantidade de drogas apreendidas nos cinco dias que constituem a amostra.

18. (CEBRASPE/IPHAN/2018). A tabela a seguir mostra as quantidades de bibliotecas públicas presentes em 20 microrregiões brasileiras.

90	66	78	82
77	60	64	90
87	85	67	91
82	70	81	80
69	78	90	67

A partir desses dados, pretende-se construir um gráfico de distribuição de frequências com quatro classes de igual amplitude. Os valores mínimo e máximo de cada classe devem ser números inteiros.

Considerando essas informações, julgue o item subsequente, relativo ao gráfico de distribuição a ser apresentado.

A amplitude de cada classe deverá ser superior a 6.

19. (CEBRASPE/IPHAN/2018) A tabela a seguir mostra as quantidades de bibliotecas públicas presentes em 20 microrregiões brasileiras.



90	66	78	82
77	60	64	90
87	85	67	91
82	70	81	80
69	78	90	67

A partir desses dados, pretende-se construir um gráfico de distribuição de frequências com quatro classes de igual amplitude. Os valores mínimo e máximo de cada classe devem ser números inteiros. Considerando essas informações, julgue o item subsequente, relativo ao gráfico de distribuição a ser apresentado.

A última classe deverá variar de 84 a 91.

20. (CEBRASPE/IPHAN/2018). Julgue o item subsequente, referente à análise exploratória de dados.

O histograma é um diagrama de retângulos contíguos com base na curtose das faixas de valores da variável e com área igual à diferença da frequência absoluta da respectiva faixa.

21. (CEBRASPE/CBM-AL/2017) Na tabela a seguir, A, B, C, D e E são as quantidades de resmas de papel A4 consumidas, em quatro meses, pelas seções administrativas I, II, III, IV e V, respectivamente. Apesar de não mostrar explicitamente essas quantidades, a tabela apresenta as frequências absolutas e (ou) relativas de algumas dessas quantidades.

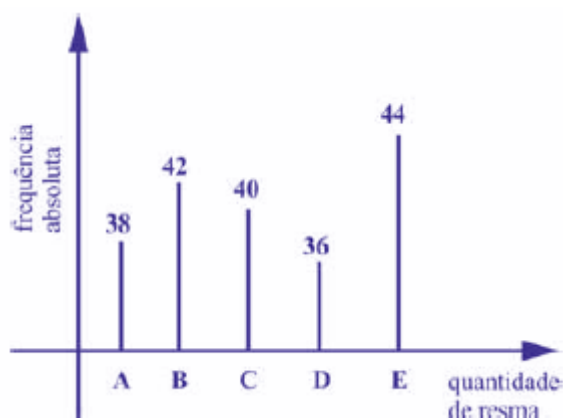
Seção	Quantidades de Resmas	Frequência Absoluta	Frequência Relativa
I	A	38	19%
II	B		
III	C		20%
IV	D	36	



V	E	44	
	Total		100%

Considerando que cada uma dessas resmas, juntamente com a embalagem, tem forma de um paralelepípedo retângulo reto que mede 5 cm × 21 cm × 30 cm, julgue o item seguinte.

O gráfico de barras verticais a seguir apresenta as frequências absolutas de resmas consumidas pelas cinco seções.



22. (CEBRASPE/TCE-PA/2016)

Número diário de denúncias registradas (X)	Frequência Relativa
0	0,3
1	0,1
2	0,2
3	0,1
4	0,3
Total	1,0



A tabela precedente apresenta a distribuição de frequências relativas da variável X, que representa o número diário de denúncias registradas na ouvidoria de determinada instituição pública. A partir das informações dessa tabela, julgue o item seguinte.

A variável X é do tipo qualitativo nominal.

23. (CEBRASPE/DEPEN/2015)

Região	Quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro (mil pessoas)	Déficit de vagas no sistema penitenciário (mil vagas)	População brasileira (milhões de habitantes)
Norte	37	13	17
Centro-Oeste	51	24	15
Nordeste	94	42	55
Sudeste	306	120	85
Sul	67	16	28
Total	555	215	200

Ministério da Justiça — Departamento Penitenciário Nacional — Sistema Integrado de Informações Penitenciárias – InfoPen, Relatório Estatístico Sintético do Sistema Prisional Brasileiro, dez./2013

Internet: <www.justica.gov.br> (com adaptações).

A tabela mostrada apresenta a quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro por região em 2013. Nesse ano, o déficit relativo de vagas — que se define pela razão entre o déficit de vagas no sistema penitenciário e a quantidade de detentos no sistema penitenciário — registrado em todo o Brasil foi superior a 38,7%, e, na média nacional, havia 277,5 detentos por 100 mil habitantes.

Com base nessas informações e na tabela apresentada, julgue o item a seguir.

Em 2013, mais de 55% da população carcerária no Brasil se encontrava na região Sudeste.

24. (CEBRASPE/DEPEN/2015)



Região	Quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro (mil pessoas)	Déficit de vagas no sistema penitenciário (mil vagas)	População brasileira (milhões de habitantes)
Norte	37	13	17
Centro-Oeste	51	24	15
Nordeste	94	42	55
Sudeste	306	120	85
Sul	67	16	28
Total	555	215	200

Ministério da Justiça — Departamento Penitenciário Nacional — Sistema Integrado de Informações Penitenciárias – InfoPen, Relatório Estatístico Sintético do Sistema Prisional Brasileiro, dez./2013

Internet: <www.justica.gov.br> (com adaptações).

A tabela mostrada apresenta a quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro por região em 2013. Nesse ano, o déficit relativo de vagas — que se define pela razão entre o déficit de vagas no sistema penitenciário e a quantidade de detentos no sistema penitenciário — registrado em todo o Brasil foi superior a 38,7%, e, na média nacional, havia 277,5 detentos por 100 mil habitantes.

Com base nessas informações e na tabela apresentada, julgue o item a seguir.

A quantidade total de vagas existentes no sistema penitenciário brasileiro em 2013 era de 340 mil vagas.

25. (CEBRASPE/DEPEN/2015)

Região	Quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro (mil pessoas)	Déficit de vagas no sistema penitenciário (mil vagas)	População brasileira (milhões de habitantes)
Norte	37	13	17



Centro-Oeste	51	24	15
Nordeste	94	42	55
Sudeste	306	120	85
Sul	67	16	28
Total	555	215	200

Ministério da Justiça — Departamento Penitenciário Nacional — Sistema Integrado de Informações Penitenciárias – InfoPen, Relatório Estatístico Sintético do Sistema Prisional Brasileiro, dez./2013

Internet: <www.justica.gov.br> (com adaptações).

A tabela mostrada apresenta a quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro por região em 2013. Nesse ano, o déficit relativo de vagas — que se define pela razão entre o déficit de vagas no sistema penitenciário e a quantidade de detentos no sistema penitenciário — registrado em todo o Brasil foi superior a 38,7%, e, na média nacional, havia 277,5 detentos por 100 mil habitantes.

Com base nessas informações e na tabela apresentada, julgue o item a seguir.

O déficit relativo de vagas observado na região Sudeste, em 2013, foi superior ao déficit relativo de vagas registrado na região Centro-oeste no mesmo período.

26. (CEBRASPE/DEPEN/2015)

Região	Quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro (mil pessoas)	Déficit de vagas no sistema penitenciário (mil vagas)	População brasileira (milhões de habitantes)
Norte	37	13	17
Centro-Oeste	51	24	15
Nordeste	94	42	55
Sudeste	306	120	85



Sul	67	16	28
Total	555	215	200

Ministério da Justiça — Departamento Penitenciário Nacional — Sistema Integrado de Informações Penitenciárias – InfoPen, Relatório Estatístico Sintético do Sistema Prisional Brasileiro, dez./2013

Internet: <www.justica.gov.br> (com adaptações).

A tabela mostrada apresenta a quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro por região em 2013. Nesse ano, o déficit relativo de vagas — que se define pela razão entre o déficit de vagas no sistema penitenciário e a quantidade de detentos no sistema penitenciário — registrado em todo o Brasil foi superior a 38,7%, e, na média nacional, havia 277,5 detentos por 100 mil habitantes.

Com base nessas informações e na tabela apresentada, julgue o item a seguir.

No ano considerado, a quantidade média de detentos por 100 mil habitantes na região Nordeste foi superior ao número médio de detentos por 100 mil habitantes na região Centro-oeste.



GABARITO – CEBRASPE

Distribuições de Frequência

- | | | |
|------------|-------------|------------|
| 1. ERRADO | 10. ANULADA | 19. CERTO |
| 2. CORRETO | 11. CERTO | 20. ERRADO |
| 3. ERRADO | 12. ERRADO | 21. CERTO |
| 4. ERRADO | 13. CERTO | 22. ERRADO |
| 5. ERRADO | 14. CERTO | 23. CERTO |
| 6. CERTO | 15. ERRADO | 24. CERTO |
| 7. ERRADO | 16. CERTO | 25. ERRADO |
| 8. CERTO | 17. ERRADO | 26. ERRADO |
| 9. CERTO | 18. CERTO | |

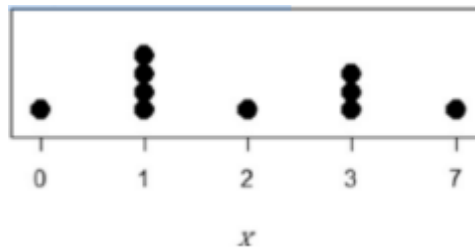


LISTA DE QUESTÕES – CEBRASPE

Representação Gráfica das Distribuições de Frequências

1. (CEBRASPE/ANTT/2024) Considerando que $\{0, 1, 1, 1, 1, 2, 3, 3, 3, 7\}$ seja um conjunto de dados referente à variável quantitativa X , julgue os seguinte item.

A ilustração a seguir representa corretamente a distribuição de frequências da variável X .



2. (CEBRASPE/CNJ/2024)

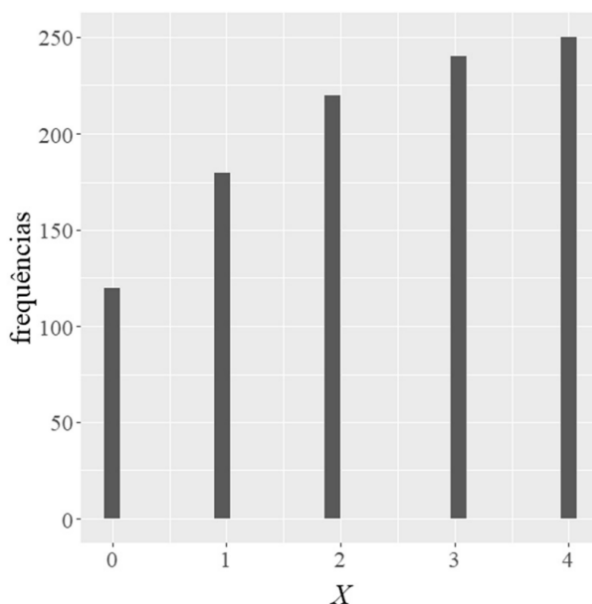
X	frequência absoluta acumulada
0	120
1	180
2	220
3	240
4	250

A tabela precedente mostra a distribuição de frequências do número diário (X) de denúncias recebidas pela ouvidoria de um tribunal de justiça.

Com base nos dados apresentados na tabela, julgue os itens que se seguem.

O histograma a seguir representa corretamente a distribuição de frequências da variável X .

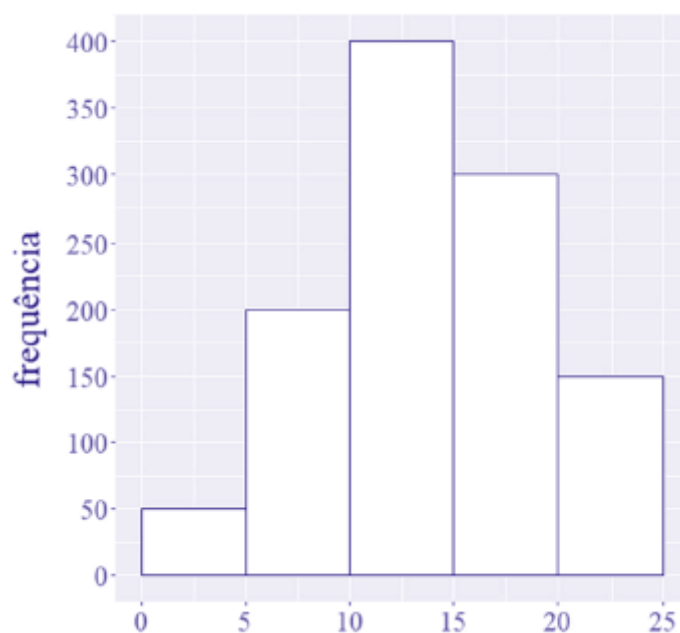




3. (CEBRASPE/TSE/2024) Julgue o item a seguir, considerando as técnicas empregadas em resumos de dados levantados de uma população.

Na construção de um histograma, a altura das barras verticais deve ser proporcional à frequência observada de cada valor mensurado.

4. (CEBRASPE/TELEBRAS/2022)



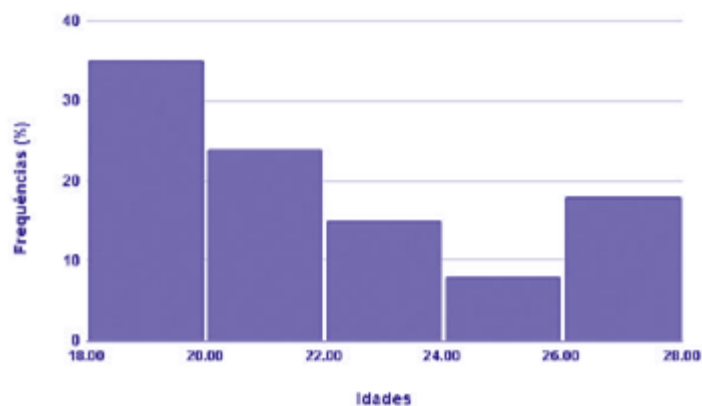
Considerando que o histograma apresentado descreve a distribuição de uma variável quantitativa X por meio de frequências absolutas, julgue o item que se segue.



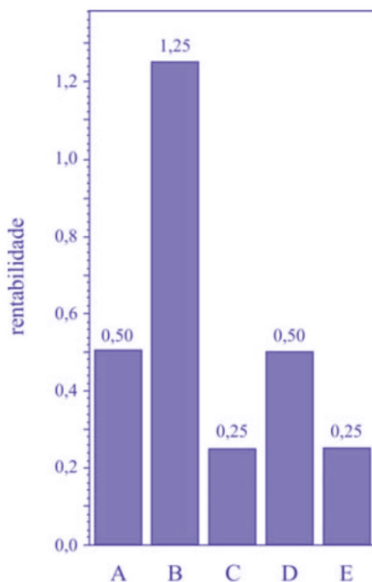
O número de observações que constituem a variável X é igual a 1.000.

5. (CEBRASPE/SEDUC AL/2021) Com base em estatística, julgue o item a seguir.

Suponha que o histograma a seguir represente a frequência relativa de alunos, distribuída por faixa etária, que ingressaram no ensino superior no estado de Alagoas em 2020. Com base nas informações desse gráfico, é correto afirmar que mais de 50% dos novos alunos têm idade superior a 22 anos.



6. (CEBRASPE/FUNPRESP/2016)



O gráfico ilustra cinco possibilidades de fundos de investimento com suas respectivas rentabilidades. Considerando que as probabilidades de investimento para os fundos A, B, C e D sejam, respectivamente, $P(A) = 0,182$; $P(B) = 0,454$; $P(C) = 0,091$; e $P(D) = 0,182$, julgue o item subsequente.



O gráfico apresentado é um histograma.

7. (CEBRASPE/DEPEN/2015)

Região	Quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro (mil pessoas)	Déficit de vagas no sistema penitenciário (mil vagas)	População brasileira (milhões de habitantes)
Norte	37	13	17
Centro-Oeste	51	24	15
Nordeste	94	42	55
Sudeste	306	120	85
Sul	67	16	28
Total	555	215	200

Ministério da Justiça — Departamento Penitenciário Nacional — Sistema Integrado de Informações Penitenciárias – InfoPen, Relatório Estatístico Sintético do Sistema Prisional Brasileiro, dez./2013

Internet: <www.justica.gov.br> (com adaptações).

A tabela mostrada apresenta a quantidade de detentos no sistema penitenciário brasileiro por região em 2013. Nesse ano, o déficit relativo de vagas — que se define pela razão entre o déficit de vagas no sistema penitenciário e a quantidade de detentos no sistema penitenciário — registrado em todo o Brasil foi superior a 38,7%, e, na média nacional, havia 277,5 detentos por 100 mil habitantes.

Com base nessas informações e na tabela apresentada, julgue o item a seguir.

Na análise exploratória, o histograma é um gráfico adequado para descrever a distribuição da quantidade de detentos por região em 2013.



GABARITO – CEBRASPE

Representação Gráfica das Distribuições de Frequências

1. ERRADO
2. ERRADO
3. ERRADO

4. ERRADO
5. ERRADO
6. ERRADO

7. ERRADO



LISTA DE QUESTÕES – CEBRASPE

Outros Gráficos e Representações

1. (CEBRASPE/FUB/2022) Uma universidade está fazendo um estudo para verificar a distribuição dos tempos que os alunos do curso de mestrado levam até a defesa da dissertação. Os dados a seguir mostram a função de probabilidade desses tempos, em meses.

Tempo de Defesa (meses)	Probabilidade
12	0,01
15	0,02
18	0,04
20	0,10
22	0,22
24	0,31
25	0,18
26	0,04
28	0,03
30	0,05

Considerando essas informações, julgue o item subsequente.

O gráfico de setores é adequado para representar a distribuição em questão.

2. (CEBRASPE/FUB/2022) A tabela de frequência a seguir mostra dados coletados em uma pesquisa para se verificar o número de disciplinas que os estudantes de determinada universidade estão cursando por semestre.



Disciplinas	2	3	4	5	6	7	8
Estudantes	10	15	40	35	28	10	4

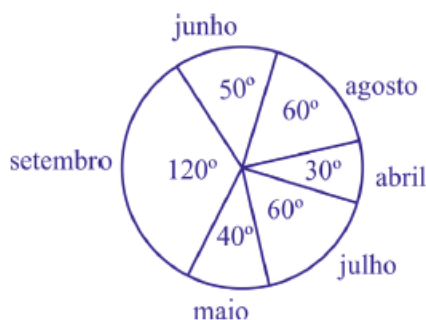
Considerando essas informações, julgue o item seguinte.

O gráfico do tipo pizza é o mais apropriado para representar os dados apresentados na tabela, visto que a variável analisada é qualitativa ordinal.

3. (CEBRASPE/IPHAN/2018) Julgue o item subsequente, referente à análise exploratória de dados.

A representação de diagramas de barras, de linha e de pizza possui escala de medida nominal e tem a moda como medida de tendência central.

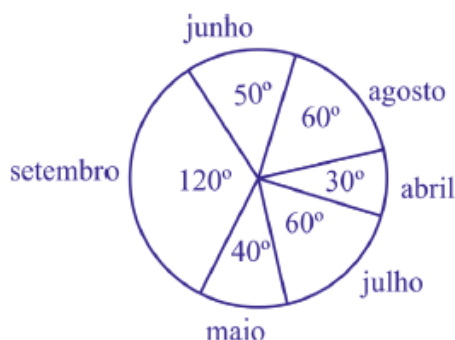
4. (CEBRASPE/CBM-AL/2017) O gráfico de setores a seguir mostra a distribuição das quantidades de incêndios em determinada região, nos meses de abril a setembro de determinado ano.



Sabendo-se que nesses meses ocorreram 1.548 incêndios nessa região, julgue o item que se segue.

A frequência relativa à classe "incêndios no mês de setembro" é superior a 30%.

5. (CEBRASPE/CBM-AL/2017) O gráfico de setores a seguir mostra a distribuição das quantidades de incêndios em determinada região, nos meses de abril a setembro de determinado ano.



Sabendo-se que nesses meses ocorreram 1.548 incêndios nessa região, julgue o item que se segue.

Nos meses de maio e junho ocorreram mais de 400 incêndios nessa região.



GABARITO – CEBRASPE

Outros Gráficos e Representações

1. ERRADO
2. ERRADO

3. CERTO
4. CERTO

5. ERRADO



ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE: PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.



1 Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.



2 Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).



3 Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).



4 Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).



5 Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).



6 Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).



7 Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.



8 O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.



Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.